1. Etude d'un oscillateur linéaire amorti à un degré de liberté

Nom :Armand   Numéro d'étudiant :SY1924103

1.1 Résolution avec un schéma d'EULER explicite :

a) on sait que les mouvement de la mass m satisfaire l'équation :

$\ddot{x} + 2\varepsilon w_0 \dot{x} + {w_0}^2 x = \frac{F(t)}{m}$ avec $\varepsilon = 0.02$ et $F(t) = 0$

En même temps, pour le méthode d'EULER explicite, on a

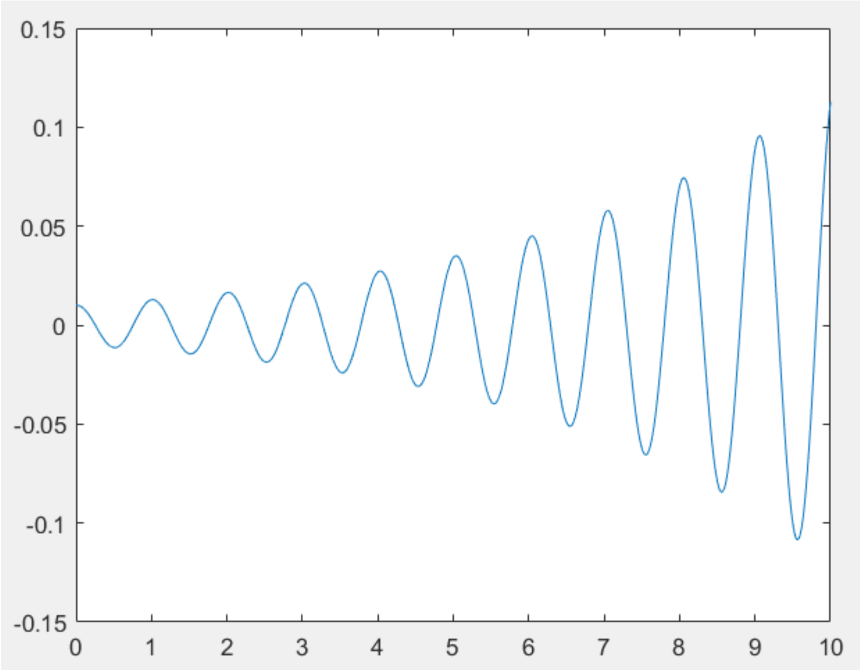
$$x_{j+1} = x_j + \Delta t * \dot{x}_j$$
$$\dot{x}_{j+1} = \dot{x}_j + \Delta t * \ddot{x}_j$$

Alors on peut programmer en utilisant le schéma d'EULER explicite :

Les codes est ici :

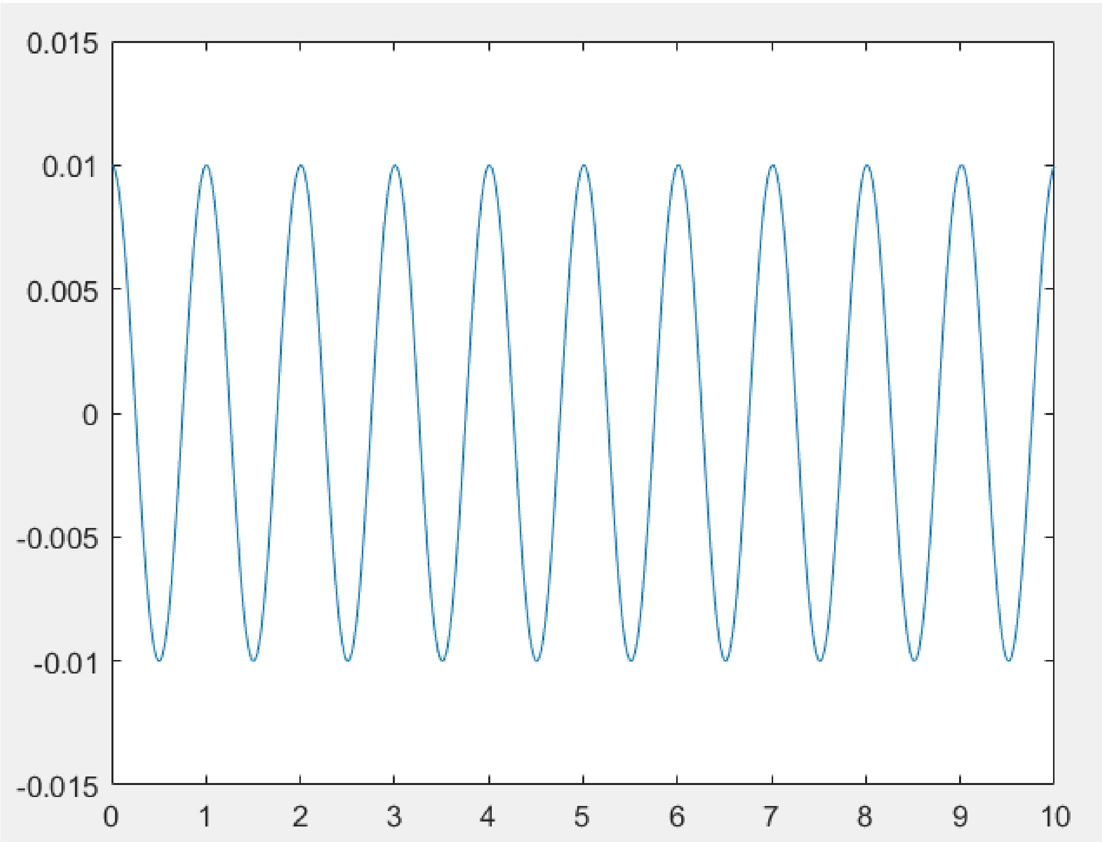
```
T0=1;
wo=2*pi/T0;
eps=0.02;
% on peut changer la valeur de T_delta
% a)T_delata=3*2*eps/wo;
% b)T_delata=2*eps/wo;
% c)T_delata=0.8*2*eps/wo;
T_delta=3*2*eps/wo;
n=floor(10*T0/T_delta);
xj=zeros(n,1);
xj(1,1)=0.01;
xj_derive=zeros(n,1);
xj_derive(1,1)=0;
for i=1:n-1
    xj(i+1,1)=xj(i,1)+T_delta*xj_derive(i,1);
    xj_derive(i+1,1)=xj_derive(i,1)+T_delta*((-wo^2)*xj(i,1)-2*eps*wo*xj_derive(i,1));
end
ti=linspace(0,10*T0,n);
ti=ti';
plot(ti,xj);
```

Dans le cas de $\Delta t > \frac{2\varepsilon}{w_0}$, on choisit $\Delta t = 3 * \frac{2\varepsilon}{w_0} = 0.019$, alors on peut obtenir le figure de x de masse m：



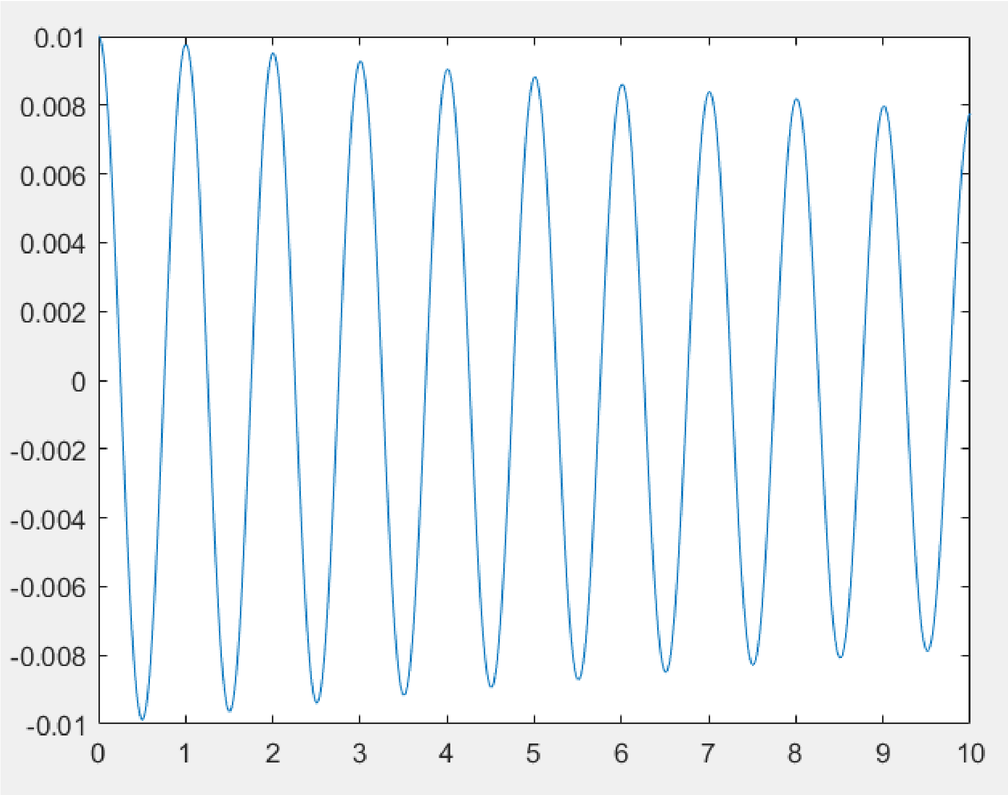
C'est évident qu'il est divergent. Et par changer la valeur de $\Delta t (\Delta t > \frac{2\varepsilon}{w_0})$,
On peut trouver que la valeur de Δt est plus grande, la vitesse de divergence de x est plus rapide.

b) Dans le cas de $\Delta t = \frac{2\varepsilon}{w_0}$, on choisit $\Delta t = \frac{2\varepsilon}{w_0} = 0.00637$, on peut obtenir le figure de x de masse m :



La masse m fait le mouvement harmonique simple ;

c) Dans le cas de $\Delta t < \frac{2\varepsilon}{w_0}$, on choisit $\Delta t = 0.8 * \frac{2\varepsilon}{w_0} = 0.0051$, alors on peut obtenir le figure de x de masse m :



C'est évident qu'il est convergent. La masse vais arrêter son mouvement quand le temps est infini. Et par changer la valeur de $\Delta t (\Delta t < \frac{2\varepsilon}{w_0})$,On peut trouver que la valeur de Δt est plus petite, la vitesse de convergence de x est plus rapide.

d) La critères permettant d'étudier la précision de la solution :

1) la masse m vais arrêter le mouvement en position de x=0 quand t(temps) tend vers infini ;
2) La déplacement est toujours autour de x=0 ;

En comparant les trois figures au-dessus, on peut trouver que quand $\frac{\Delta t}{\frac{2\varepsilon}{w_0}}$<1, la solution calculé présente une précision suffisante.

1.2 Résolution avec un schéma d'EULER implicite :

on sait que les mouvement de la mass m satisfaire l'équation :j

$\ddot{x} + 2\varepsilon w_0 \dot{x} + {w_0}^2 x = \frac{F(t)}{m}$ avec $\varepsilon = 0.02$ et $F(t) = 0$

En même temps, pour la méthode d'EULER implicite, on a

$\boldsymbol{x_{j+1} = x_j + \Delta t * \dot{x}_{j+1}}$

$\boldsymbol{\dot{x}_{j+1} = \dot{x}_j + \Delta t * \ddot{x}_{j+1}}$

Alors on peut obtenir :

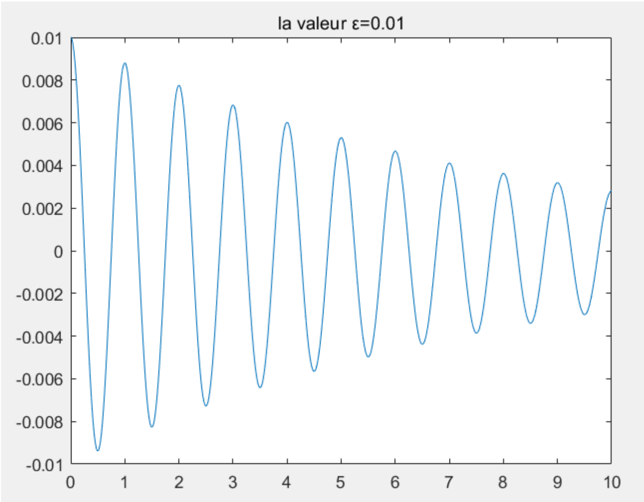
$$\begin{bmatrix} x_j \\ \dot{x}_j \end{bmatrix} = A * \begin{bmatrix} x_{j+1} \\ \dot{x}_{j+1} \end{bmatrix} \; avec \;\; A = \begin{pmatrix} 1 & -\Delta t \\ \Delta t * {w_0}^2 & 1 + 2\varepsilon w_0 \Delta t \end{pmatrix}$$

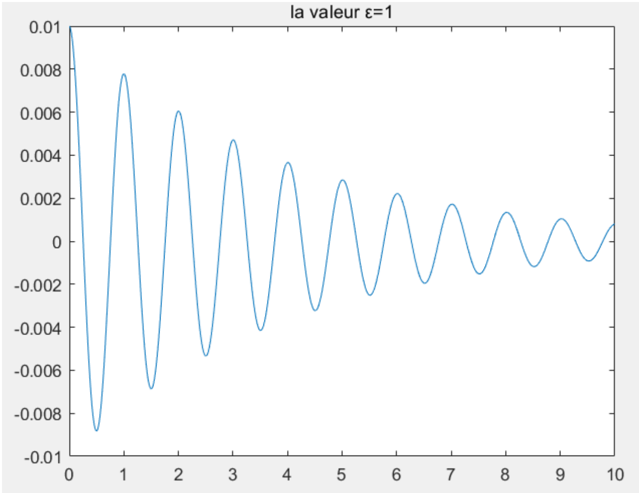
Alors $\begin{bmatrix} x_{j+1} \\ \dot{x}_{j+1} \end{bmatrix} = A^{-1} * \begin{bmatrix} x_j \\ \dot{x}_j \end{bmatrix} \; avec \;\; A = \begin{pmatrix} 1 & -\Delta t \\ \Delta t * {w_0}^2 & 1 + 2\varepsilon w_0 \Delta t \end{pmatrix}$;

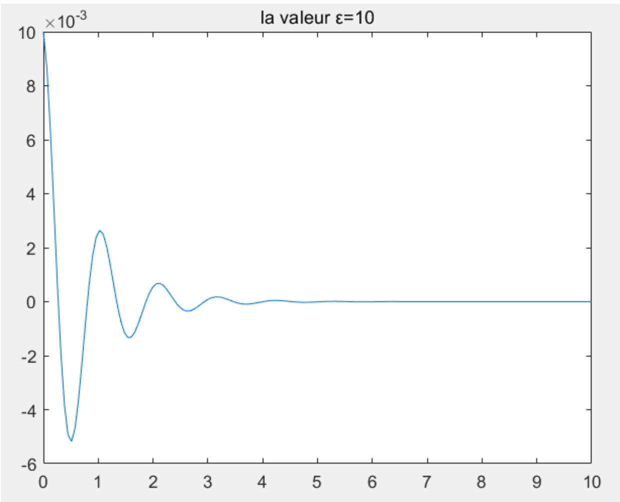
Et puis on peut commencer à programmer en utilisant le schéma d'EULER implicite ;
Le codes de programmations est ici :

```
T=1;
wo=2*pi/T;
eps=0.02;
% ici on change la valeur de T_delta,
%T_delta=0.01*2*eps/wo;
%T_delta=2*eps/wo;
%T_delta=10*2*eps/wo;
T_delta=10*2*eps/wo;
n=floor(10*T/T_delta);
xj=zeros(n,1);
xj(1,1)=0.01;
xj_derive=zeros(n,1);
xj_derive(1,1)=0;
A=[1,-T_delta;T_delta*wo*wo,1+2*eps*wo*T_delta];
inv_A=inv(A)
for i=1:n-1
    xj(i+1,1)=inv_A(1,1)*xj(i,1)+inv_A(1,2)*xj_derive(i,1);
    xj_derive(i+1,1)=inv_A(2,1)*xj(i,1)+inv_A(2,2)*xj_derive(i,1);
end
ti=linspace(0,10*T,n);
ti=ti';
plot(ti,xj);
title("la valeur ε=10");
```

On peut trouver que x est toujours divergente vers 0 à n'importe quelle valeur de Δt
Ce signifie que le mouvement de la masse m est toujours stable. Ici des figures de x
Pour différente de Δt, il supporte mon pensée;







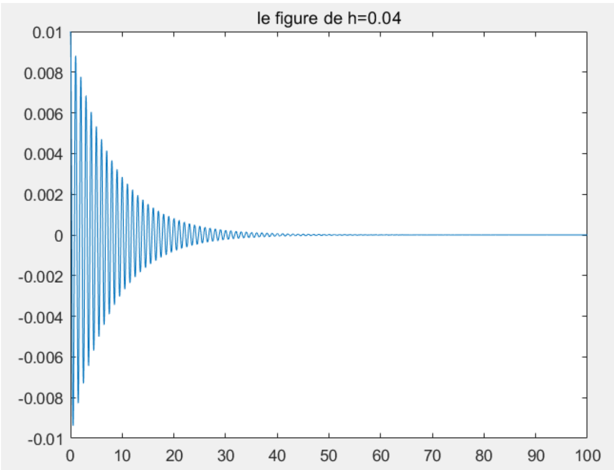
1.3 Résolution avec un schéma de RUNGE KUTTA :

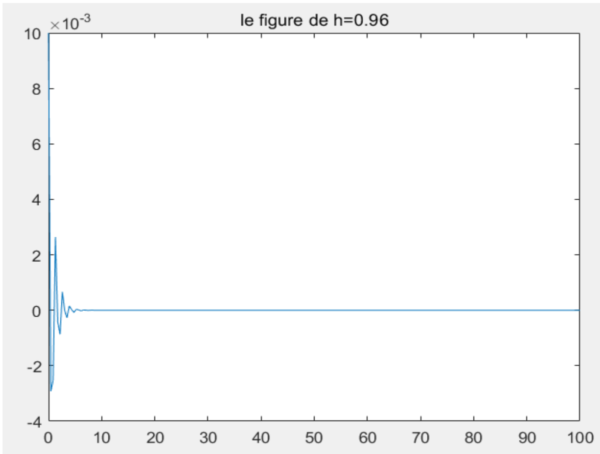
Selon les connaissances de RUNGE KUTTA et les hypothèses de question, on peut programmer, et les codes sont ici :

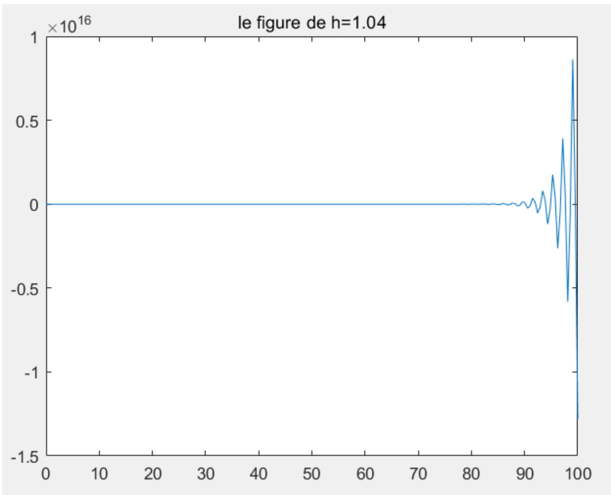
```
function fp=RungeF(x0,x01,T_delta,T,wo,eps)
x=x0;
x1=x01;
h=T_delta;
n=floor(T/T_delta);
fp=zeros(n,1);
fp(1,1)=x;
for i=1:n
k1=func_x1(x,x1,wo,eps);
l1=func_x(x,x1);
k2=func_x1(x+l1*h/2, x1+k1*h/2,wo,eps);
l2=func_x(x+l1*h/2, x1+k1*h/2);
k3=func_x1(x+l2*h/2, x1+k2*h/2,wo,eps);
l3=func_x(x+l2*h/2, x1+k2*h/2);
k4=func_x1(x+l3*h, x1+k3*h,wo,eps);
l4=func_x(x+l3*h, x1+k3*h);
x1=x1+(k1+2*k2+2*k3+k4)*h/6;
x=x+(l1+2*l2+2*l3+l4)*h/6;
if(i<n)
fp(i+1)=x;
end
end
end
function x=func_x(x,x1)
x=x1;
end
function x1=func_x1(x,x1,wo,eps)
x1=-wo^2*x-2*eps*wo*x1;
end
```

```
T=1;
wo=2*pi/T;
eps=0.02;
h=0.97;
x0=0.01;
x01=0;
T_delta=2*h*sqrt(2)/wo;
n=floor(100*T/T_delta);
x=RungeF(x0,x01,T_delta,100*T,wo,eps);
t=linspace(0,100*T,n);
ti=t';
plot(ti,x);
```

a) Ici on change la valeur de h, h=0.04, h=0.96, h=1.04 :
   Alors on peut trouver que le figure de x(t) :







Selon les figures de x(t), on peut obtenir :

1) Quand h est inférieur à 1, le mouvement de la masse m est stable, il vais arrêter en position de x=0.
2) Dans le cas de h<1, si h est plus grand, la vitesse de convergence de x est plus rapide.
3) Quand h est supérieur à 1, le mouvement de x est divergente.

b) Pour calculer la valeur du pas de temps critique, en utilisant la méthode dichotomique, on peut trouver que $h_{min} = 0.96$;

En même temps on a $\Delta t_c = h_c * \frac{2\sqrt{2}}{w_0}$, où $h_{min} < h_c < h_{max}$, $|h_{max} - h_{min}| < 0.001$

Donc où $0.96 < h_c < 0.961$ et $\Delta t_c = h_c * \frac{2\sqrt{2}}{w_0}$,