Oscillateur non linéaire à une degré de liberté

Nom :Armand   Numéro d'étudiant :SY1924103

1. **Résolution avec un schéma de NEWMARK explicite :**

1.1 : Quand $\gamma = 0.5 \ \ et \ \beta = 0$; les relations(4) et (5) se transforment :$q_{j+1} = q_j + \Delta t * \dot{q}_j + \Delta t^2 * \frac{\ddot{q}_j}{2}$ et

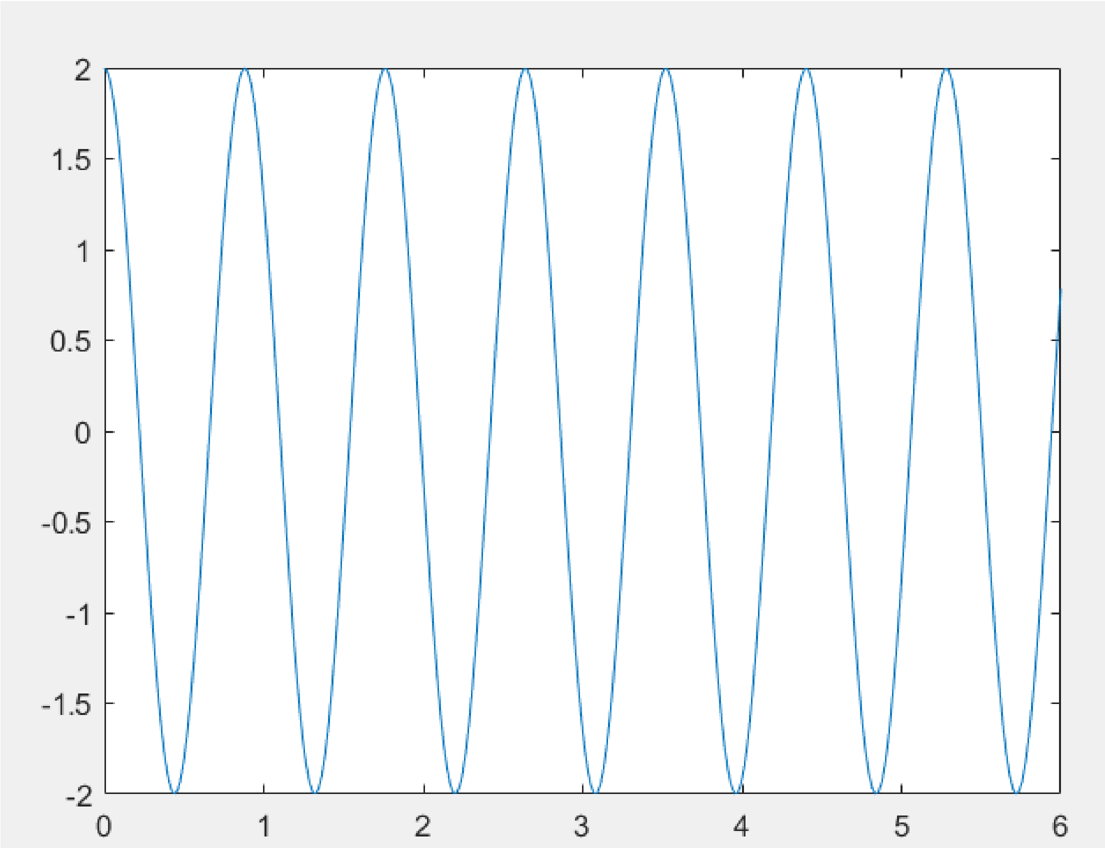
$$\dot{q}_{j+1} = \dot{q}_j + \Delta t * \frac{\ddot{q}_j}{2} + \Delta t * \ddot{q}_{j+1}/2$$

En même temps , on a $\ddot{q}_{j+1} = -{w_0}^2 q_{j+1}(1 + a * {q_{j+1}}^2)$
Donc les relations de q_{j+1} ,$\dot{q}_{j+1}$,$\ddot{q}_{j+1}$ sont au-dessus lorsque q_j ,$\dot{q}_j$,$\ddot{q}_j$ sont des quantités connues.

1.2 : les codes de programmation avec un schéma de NEWMARK explicite :

```
clear all;
w0=2*pi;
a=0.1;
T0=6;
T_delta=0.02;
n=floor(T0/T_delta);
q=zeros(n,1);
q_delt=zeros(n,1);
q_prime2=zeros(n,1);
q(1,1)=2;
q_delt(1,1)=0;
q_prime2(1,1)=-w0*w0*q(1,1)*(1+a*q(1,1)^2);
for i=1:n-1
    q(i+1,1)=q(i,1)+T_delta*q_delt(i,1)+(T_delta^2)*q_prime2(i,1)/2;
    q_prime2(i+1,1)=-w0*w0*q(i+1,1)*(1+a*q(i+1,1)^2);
    q_delt(i+1,1)=q_delt(i,1)+T_delta*q_prime2(i,1)/2+T_delta*q_prime2(i+1,1)/2;
end
t=linspace(0,T0,n);
ti=t';
plot(ti,q);
```

Et le figure de q(t) est ici :



1.3 :Alors qu'on choisit $\Delta t = 0.02s$, selon les résultats de programmations, on peut obtenir

q(0)=q(1 ,1)=2 ;

q(Δt)=q(2 ,1)=1.9779 ;

q(2Δt)=q(3,1)=1.9123 ;

q(T0)=q(n,1)=0.7837 ;

2. Résolution avec un schéma de NEWMARK implicite :

2.1 :pour l' équation du mouvement d'oscillations libre :

$\ddot{q} + {w_0}^2 * q * (1 + a * q^2)$=0 ;

Pour trouver la solution de l'équation non linéaire en utilisant un schéma de NEWMARK implicite, il existe toujours des erreurs. Pour la solution q_j de l'instant $j * \Delta t$,il faut minimiser la valeur de

$\ddot{q}_J + {w_0}^2 * q_j * (1 + a * {q_j}^2)$;

2.2 :on a les corrections de l'oscillateur non linéaire :

$$\Delta q_{j+1} = \beta * \Delta t^2 * \Delta \ddot{q}_{j+1} \ et \ \Delta \dot{q}_{j+1} = \gamma * \Delta t * \Delta \ddot{q}_{j+1}$$

Avec $\beta = 0.5 \ et \ \gamma = 0.25$;

Simultanément, il faut satisfaire

$\ddot{q}_J + {w_0}^2 * q_j * \left(1 + a * {q_j}^2\right) = 0$, c'est-à-dire qu'il y a $\ddot{q}_{j+1}{}^* + \Delta \ddot{q}_{j+1} + \omega^2 ({q_{j+1}}^* + \Delta q_{j+1})(1 + a({q_{j+1}}^* + \Delta q_{j+1})^2)$=0

Alors on obtient $\ddot{q}_{j+1}{}^* + \Delta \ddot{q}_{j+1} + \omega^2 ({q_{j+1}}^* + \beta * \Delta t^2 * \Delta \ddot{q}_{j+1})(1 + a({q_{j+1}}^* + \beta * \Delta t^2 * \Delta \ddot{q}_{j+1})^2)$=0

Donc $\Delta \ddot{q}_{j+1}$ la correction de $\ddot{q}_{j+1}{}^*$, il faut satisfaire l'équation au-dessus .

Alors, on a

$$\Delta \ddot{q}_{j+1} = \frac{-f(\ddot{q}_{j+1}{}^* + \dot{q}_{j+1}{}^* + {q_{j+1}}^*)}{\left(\frac{\partial f}{\partial \ddot{q}_{j+1}{}^*} + \frac{\partial f}{\partial {q_{j+1}}^*} * \beta * \Delta t^2\right)}$$

avec $f\left(\ddot{q}_{j+1}{}^*, \dot{q}_{j+1}{}^*, {q_{j+1}}^*\right) = \ddot{q}_{j+1}{}^* + \omega^2 * {q_{j+1}}^* * (1 + a * {q_{j+1}}^{*2})$

alors, $\Delta\ddot{q}_{j+1} = \frac{-\ddot{q}_{j+1}{}^{*} - \omega^2 * q_{j+1}{}^{*} * (1 + a * q_{j+1}{}^{*2})}{(1 + \omega^2 * (1 + 3aq_{j+1}{}^{*2}) * \beta * \Delta t^2)}$

2.3 le code de programmation est ici

```
clear all;
w0=2*pi;
a=0.1;
T0=6;
T_delta=0.02;
beta=0.5;
gamma=0.25;
n=floor(T0/T_delta);
q_e=zeros(n,1);
q_delt_e=zeros(n,1);
q_prime2_e=zeros(n,1);
deltaQ=zeros(n,1);
deltaQ_delt=zeros(n,1);
deltaQ_prime2=zeros(n,1);
q_e(1,1)=2;
q_delt_e(1,1)=0;
q_prime2_e(1,1)=0;

 for i=1:n-1
   q_prime2_e(i+1,1)=0;
   q_delt_e(i+1,1)=q_delt_e(i,1)+T_delta*(1-gamma)*q_prime2_e(i,1);
   q_e(i+1,1)=q_e(i,1)+T_delta*q_delt_e(i,1)+(T_delta^2)*(0.5-beta)*q_prime2_e(i,1);
   while(abs(q_prime2_e(i+1,1)+w0*w0*q_e(i+1,1)*(1+a*q_e(i+1,1)^2))>0.01)
      deltaQ_prime2(i+1,1)=(-q_prime2_e(i+1,1)-w0*w0*q_e(i+1,1)*(1+a*q_e(i+1,1)^2))/(1+w0*w0*(1+3*a*q_e(i+1,1)^2)*beta*T_delta^2);
      deltaQ_delt(i+1,1)=gamma*T_delta*deltaQ_prime2(i+1,1);
      deltaQ(i+1,1)=beta*(T_delta^2)*deltaQ_prime2(i+1,1);
      q_prime2_e(i+1,1)=q_prime2_e(i+1,1)+deltaQ_prime2(i+1,1);
      q_delt_e(i+1,1)=q_delt_e(i+1,1)+deltaQ_delt(i+1,1);
      q_e(i+1,1)=q_e(i+1,1)+deltaQ(i+1,1);
   end
end

t=linspace(0,T0,n);
ti=t';
plot(ti,q_e);
q_e(1,1)
q_e(2,1)
q_e(3,1)
q_e(n,1)
```

2.4 Alors qu'on choisit $\Delta t = 0.02s$, selon les résultats de programmations, on peut obtenir :

q(0)=q(1 ,1)=2 ;
q(Δt)=q(2 ,1)=1.9783 ;
q(2Δt)=q(3,1)=1.9462 ;
q(T0)=q(n,1)=-1.8076

3. Energie mécanique :

3.1

L'énergie cinétique de cet oscillateur est C=$m * \dot{q}^2/2$,

L'énergie potentille est $P = \frac{kq^2}{2} + \frac{kaq^4}{4}$;

Alors l'énergie mécanique de cet oscillateur non linéaire est E=C+P=$m * \dot{q}^2/2 + \frac{kq^2}{2} + \frac{kaq^4}{4}$;

3.2

pour le code de calcule d'énergie mécanique en Newmark explicite :

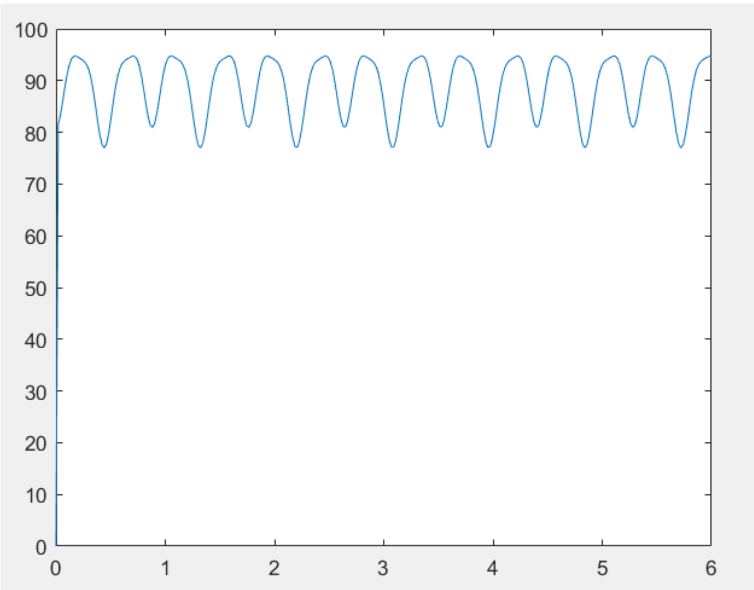
```
clear all;
w0=2*pi;
a=0.1;
T0=6;
T_delta=0.02;
m=1;%ici on suppose la masse de l'oscillateur est 1 kg;
k=m*(w0^2);
n=floor(T0/T_delta);
q=zeros(n,1);
q_delt=zeros(n,1);
q_prime2=zeros(n,1);
q(1,1)=2;
q_delt(1,1)=0;
q_prime2(1,1)=-w0*w0*q(1,1)*(1+a*q(1,1)^2);
E=zeros(n,1);
E(1,1)=0;
for i=1:n-1
    q(i+1,1)=q(i,1)+T_delta*q_delt(i,1)+(T_delta^2)*q_prime2(i,1)/2;
    q_prime2(i+1,1)=-w0*w0*q(i+1,1)*(1+a*q(i+1,1)^2);
    q_delt(i+1,1)=q_delt(i,1)+T_delta*q_prime2(i,1)/2+T_delta*q_prime2(i+1,1)/2;
    E(i+1,1)=0.5*m*(q_delt(i+1,1)^2)+0.5*k*q(i+1,1)^2+0.25*k*a*q(i+1,1);
end
t=linspace(0,T0,n);
ti=t';
plot(ti,E)
```

pour le code de calcule d'énergie mécanique en Newmark implicite :

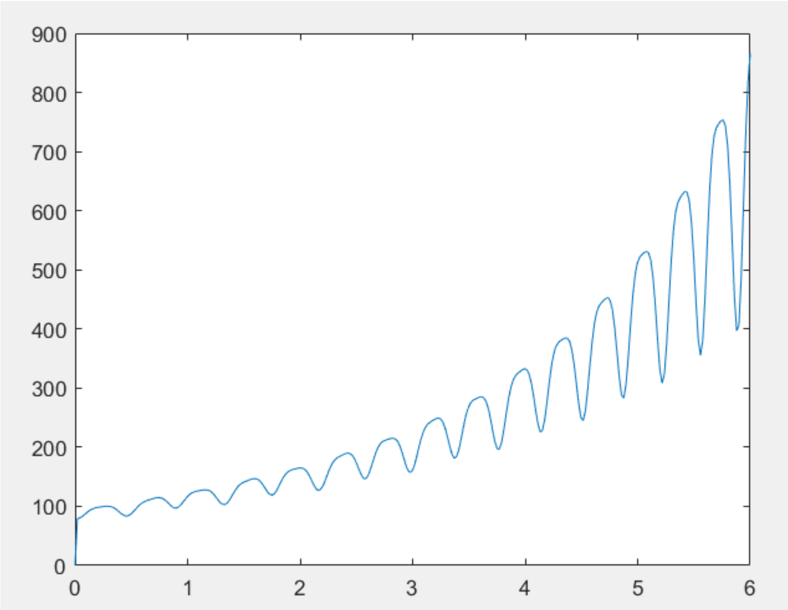
```
clear all;
w0=2*pi;
a=0.1;
T0=6;
T_delta=0.02;
beta=0.5;
gamma=0.25;
m=1;%on suppose que la masse de l'oscillateur est 1kg;
k=m*(w0^2);
n=floor(T0/T_delta);
q_e=zeros(n,1);
q_delt_e=zeros(n,1);
q_prime2_e=zeros(n,1);
deltaQ=zeros(n,1);
deltaQ_delt=zeros(n,1);
deltaQ_prime2=zeros(n,1);
E=zeros(n,1);
q_e(1,1)=2;
q_delt_e(1,1)=0;
q_prime2_e(1,1)=0;
E(1,1)=0;
 for i=1:n-1
    q_prime2_e(i+1,1)=0;
    q_delt_e(i+1,1)=q_delt_e(i,1)+T_delta*(1-gamma)*q_prime2_e(i,1);
    q_e(i+1,1)=q_e(i,1)+T_delta*q_delt_e(i,1)+(T_delta^2)*(0.5-beta)*q_prime2_e(i,1);
    while(abs(q_prime2_e(i+1,1)+w0*w0*q_e(i+1,1)*(1+a*q_e(i+1,1)^2))>0.01)
        deltaQ_prime2(i+1,1)=(-q_prime2_e(i+1,1)-w0*w0*q_e(i+1,1)*(1+a*q_e(i+1,1)^2))/(1+w0*w0*(1+3*a*q_e(i+1,1)^2)*beta*T_delta^2);
        deltaQ_delt(i+1,1)=gamma*T_delta*deltaQ_prime2(i+1,1);
        deltaQ(i+1,1)=beta*(T_delta^2)*deltaQ_prime2(i+1,1);
        q_prime2_e(i+1,1)=q_prime2_e(i+1,1)+deltaQ_prime2(i+1,1);
        q_delt_e(i+1,1)=q_delt_e(i+1,1)+deltaQ_delt(i+1,1);
        q_e(i+1,1)=q_e(i+1,1)+deltaQ(i+1,1);
    end
    E(i+1,1)=0.5*m*(q_delt_e(i+1,1)^2)+0.5*k*q_e(i+1,1)^2+0.25*k*a*q_e(i+1,1);
end

t=linspace(0,T0,n);
ti=t';
plot(ti,E);
```

3.3

Si on prend $\Delta t = 0.02s$, le figure d'énergie en utilisant de Newmark explicite est :



le figure d’énergie en utilisant de Newmark implicite est :



Selon la figure de E qui est obtenu par le schéma de Newmark implicite, on peut trouver que la trajectoire d’énergie mécanique s’élève et fait la vibration.