DM1_2_3 de mécanique numérique

Nom :Armand   Numéro d'étudiant :SY1924103

1. **Solution analytique de l'équation (1) :**

1 .1 : la solution générale de l'équation $\ddot{q} + w_0^2 * q = 0$ est

$$q = A * \left(e^{-iw_0 t}\right) + B * (e^{iw_0 t})$$

Selon les conditions initiaux, on peut obtenir A=B=1/2 ;
Alors, q=cos$(2 * pi * (t - 3))$=cos$(2 * pi * t)$

1.2 : selon q(t)=cos$(2 * pi * (t - 3))$=cos$(2 * pi * t)$

On peut obtenir :

$E^* = \frac{1}{2} * (\dot{q}^2 + w_0^2 * q^2)$= $2 * pi^2$=constant

2. **Résolution de l'équation (1) avec un schéma d'EULER explicite**

2.1 **:** selon l'équation(5), on a $q_{j+1} = q_j + \Delta t * \dot{q}_j$

Alors $\dot{q}_{j+1} = \dot{q}_j + \Delta t * \ddot{q}_j$

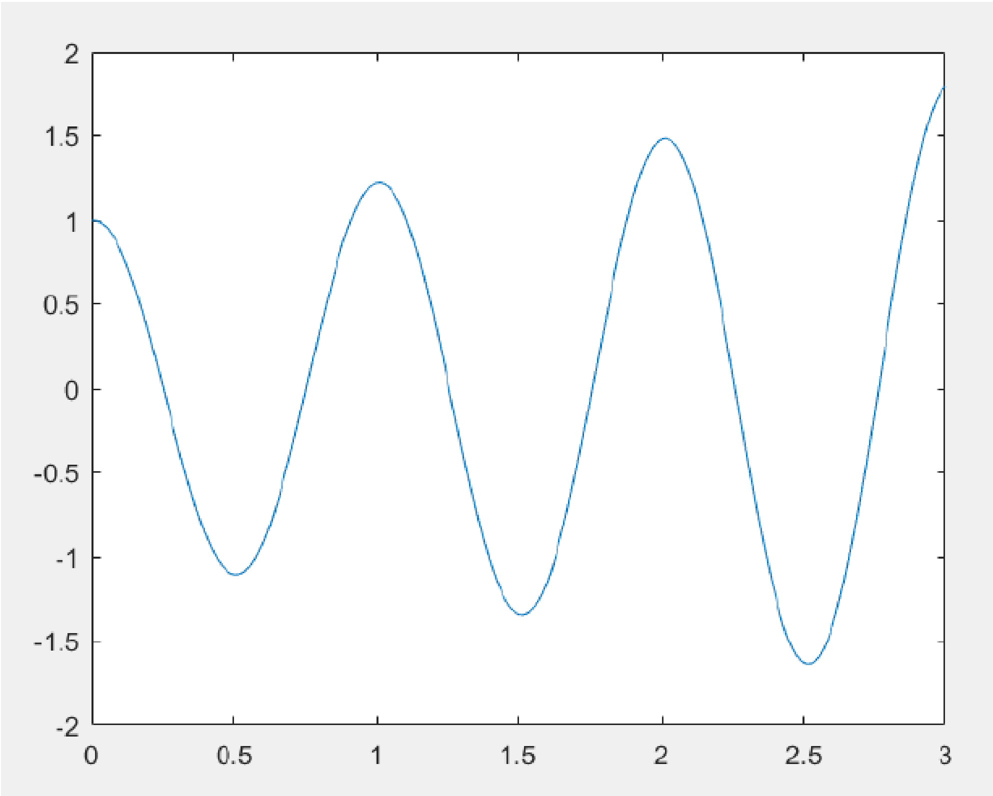
En même temps: on a $\ddot{q}_j = -w_0^2 * q_j$

Alors om peut obtenir l'équation(6).

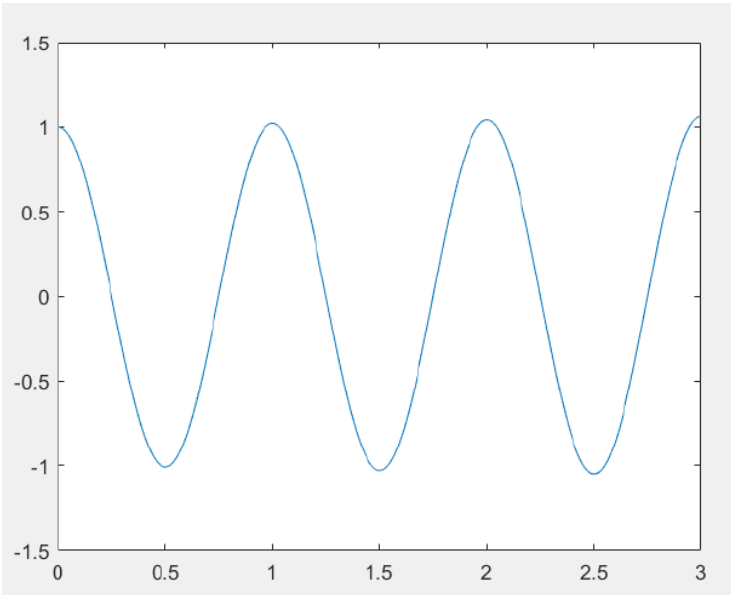
2.2 (a) le code de matlab ici :

```
T=3;
w=2*pi;
n=1000;
del_t=T/n;
qj=zeros(n,1);
qj_prime=zeros(n,1);
qj(1,1)=1;
qj_prime(1,1)=0;
for i=1:n-1
    qj(i+1)=qj(i)+del_t*qj_prime(i);
    qj_prime(i+1)=qj_prime(i)-del_t*qj(i)*w^2;
end
ti=linspace(0,3,n);
ti=ti';
pint=linspace(1,n,n);
plot(ti,qj);
```

2.3 On prend deux différente pas de temps n=300, n=3000 ; et on peut obtenir deux figures :



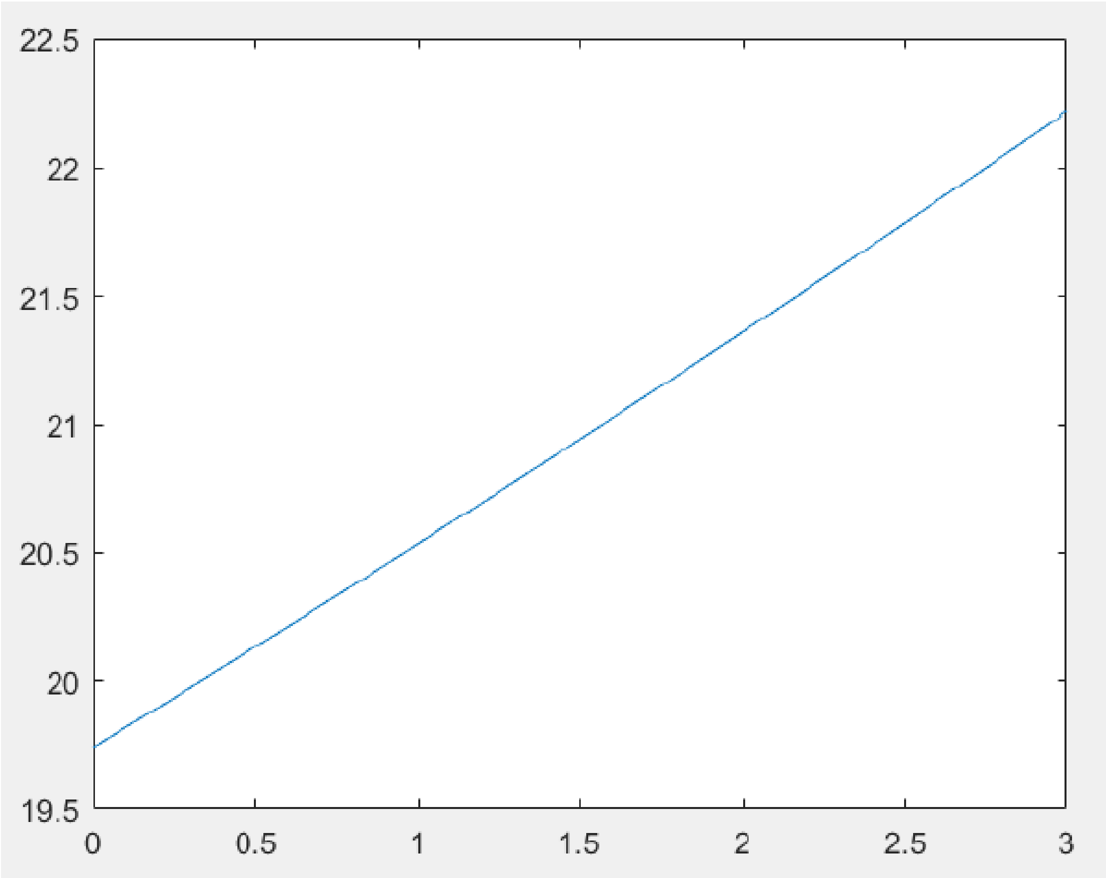
La figure : n=300



La figure : n=3000

Alors on peut obtenir le résultat ce que plus le pas de temps Δt est petit, plus la divergence est lente.

2.4 Selon la figure de changement de la quantité de E^* On peut obtenir que le pas de temps Δt est plus petit, la vitesse d'augmentation est plus petite.



2.5 Pour cette question, je calcule les valeurs propres :

1)1 + 0.0628318530717959i;

2) 1 -0.0628318530717959i

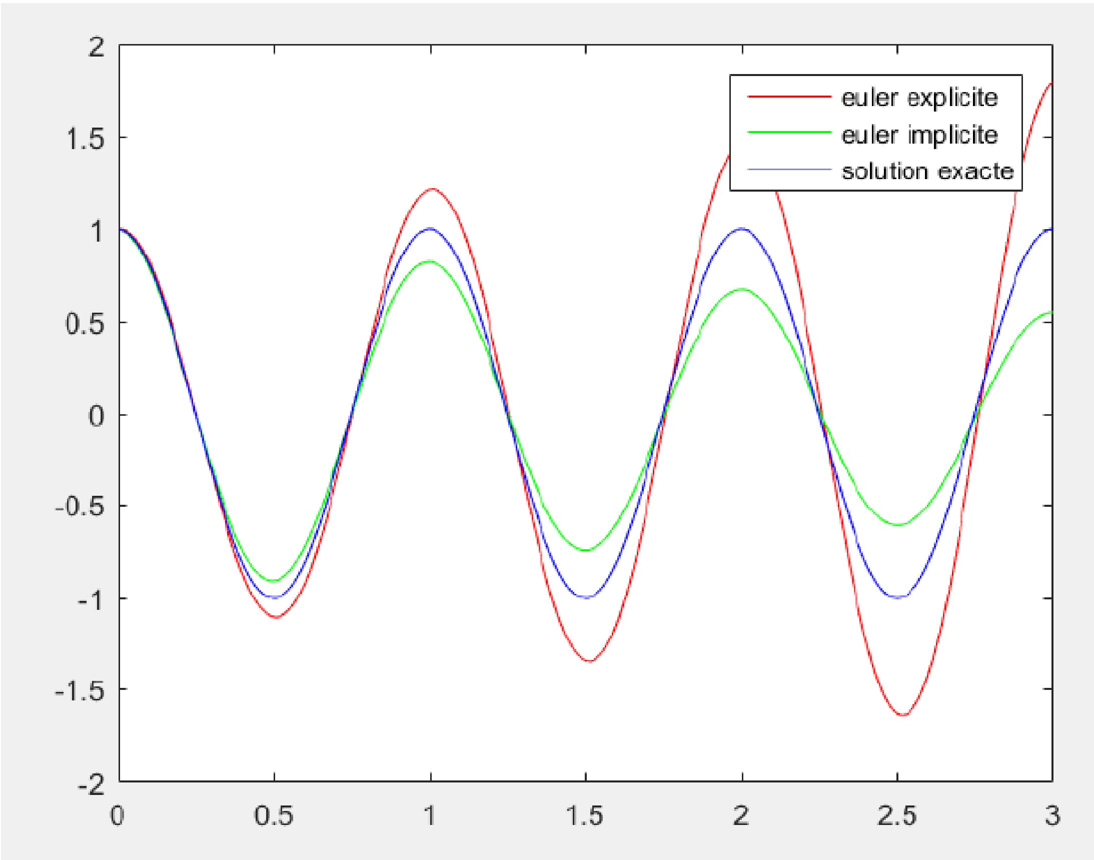
3. Résolution de l'´equation (1) avec un schéma d'EULER implicite

3.1 **:** le code de matlab ici :

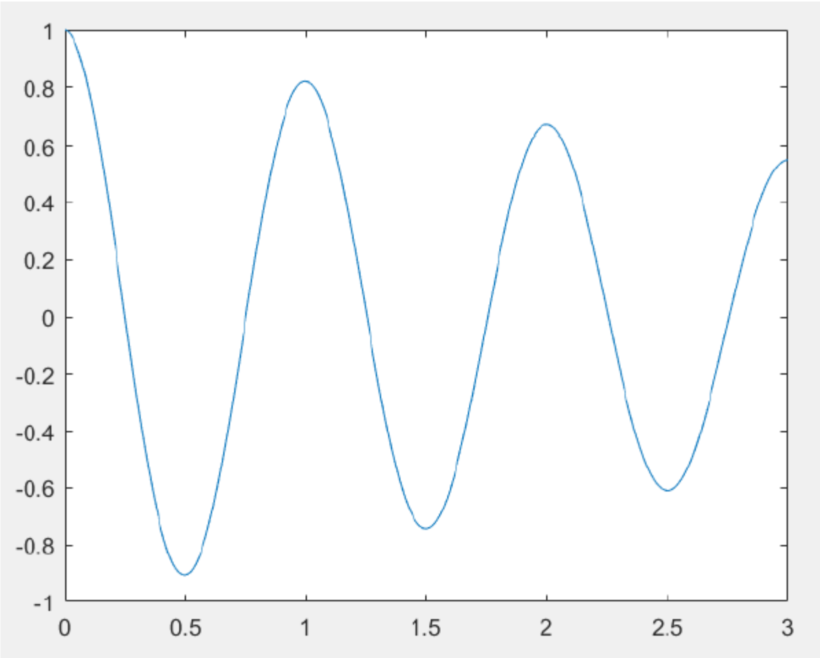
```
T=3;
w=2*pi;
n=1000;
del_t=T/n;
qj=ones(n,1);
qj_prime=ones(n,1);
qj(1,1)=1;
qj_prime(1,1)=0.1;
E=zeros(n,1);
E(1,1)=0.5*(qj_prime(1,1)^2+(w^2)*(qj(1,1)^2));

for i=1:n-1
    qj(i+1)=del_t*qj_prime(i)+qj(i)/(1+(del_t^2)*(w^2));
    qj_prime(i+1)=qj_prime(i)-del_t*(w^2)*qj(i+1);
    E(i+1)=0.5*(qj_prime(i+1,1)^2+(w^2)*qj(i+1,1)^2);
end
ti=linspace(0,3,n);
ti=ti';
pint=linspace(1,n,n);
plot(ti,qj);
plot(ti,E);
```

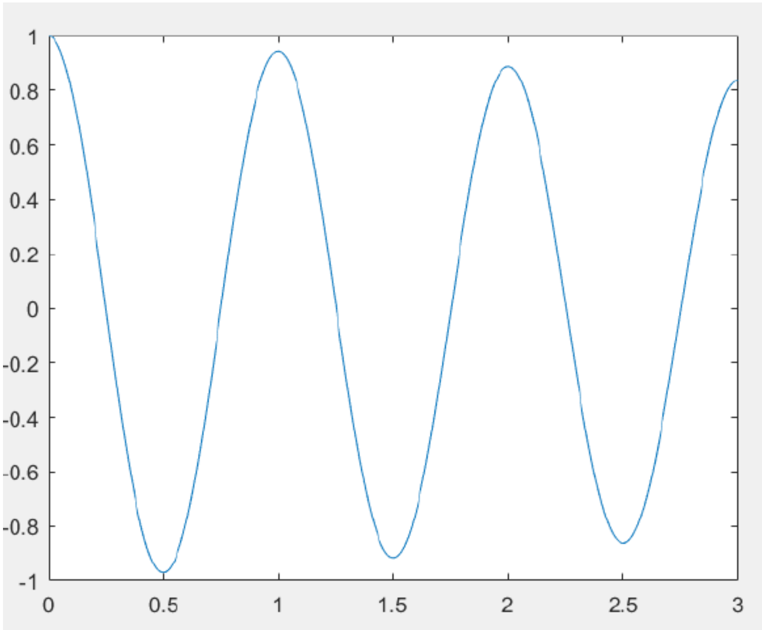
3.2 :on prendra le pas de temps 0.01s, alors on a la figure ici :



3.3 :pour n=300,n=1000, on a deux figures :



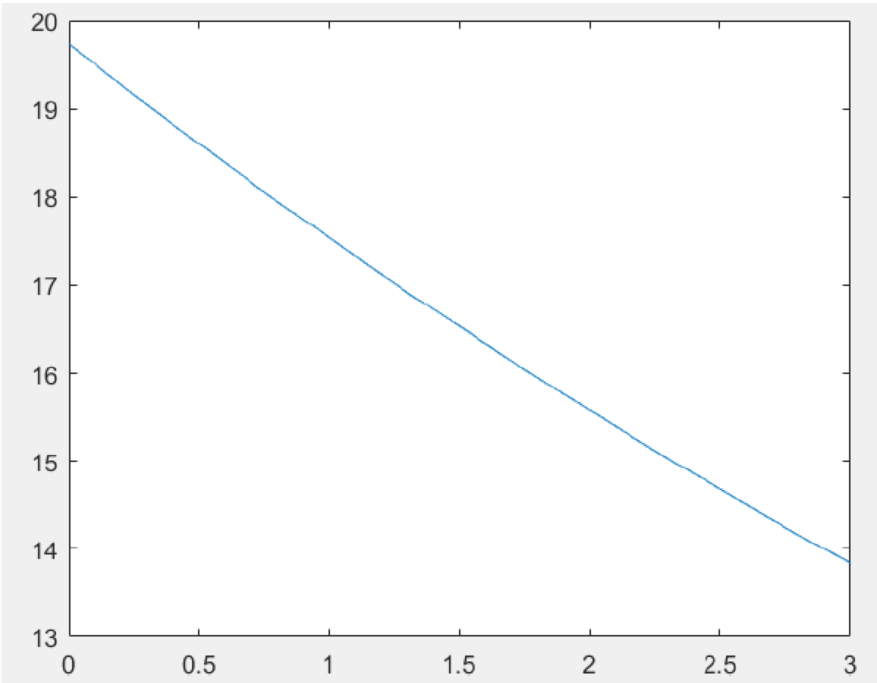
La figure : n=300



La figure : n=3000

Selon la comparaison de deux figures, on peut obtenir le résultat que e pas de temps _t est petit, plus l'atténuation des oscillations est faible.

3.4 **:** Selon la figure de changement de la quantité de E^* , on peut obtenir que le pas de temps est plus petit, la vitesse d'augmentation est plus petite.



la figure de changement de la quantité de E^*

3.5 **:** pour cette question, je calcule les valeurs propres :

1) 0.999 + 0.018843i,

2) 0.999- 0.018843i,

4. Résolution de l'équation (1) avec un schéma de RUNGE KUTTA

4.1 selon l'équation(1) , on peut trouver que

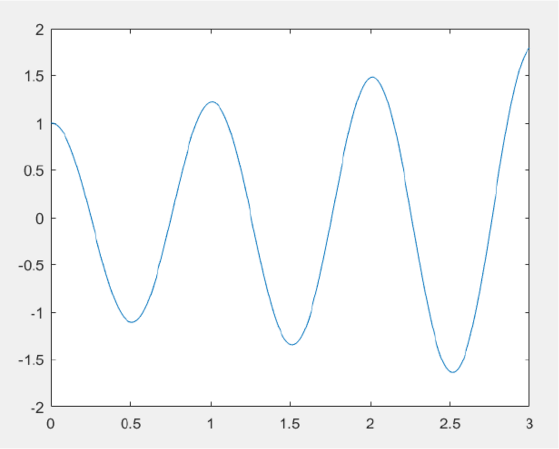
$f(y(t),t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -{w_0}^2 & 0 \end{pmatrix}$*y(t) avec y(t)=$\begin{bmatrix} q_j \\ \dot{q}_j \end{bmatrix}$

4.2 ici, c'est les code de la résolution q(t) avec un schéma de RUNGE KUTTA.

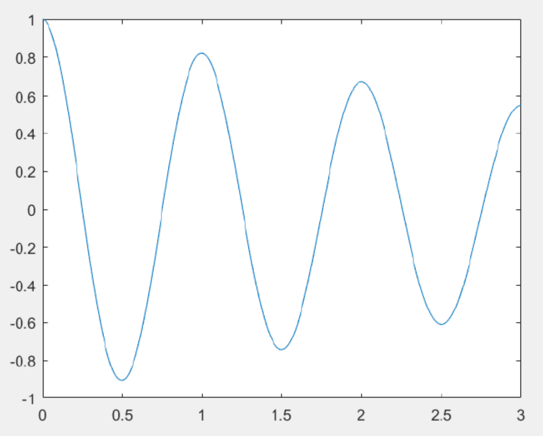
```
function [fp,E]=rungefun(x0,x01,t,T,wo,E)
n=T/t;
h=t;
y=[x0;x01];
fp=zeros(n,2);
fp(1,1)=1;
for i=1:n
k1=func(y,t.wo);
k2=func(y+k1*h/2,  i*h+h/2,wo);
k3=func_x1(y+k2*h/2,i*h+h/2,wo);
k4=func_x1(y+k3*h,  i*h+h,wo);
y=y+(k1+2*k2+2*k3+k4)*h/6;
if(i<n)
fp(i+1)=y(1);
E(i+1)=0.5*(y(2)^2+(wo^2)*y(1)^2);
end
end
end

function y=func(y,t,wo)
  y=[0,1;-wo*2,0]*y;
end
```

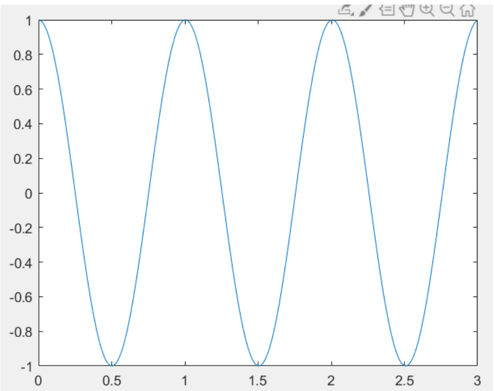
4.3 Ces sont les figure en utilisant différentes méthodes :



Euler explicte



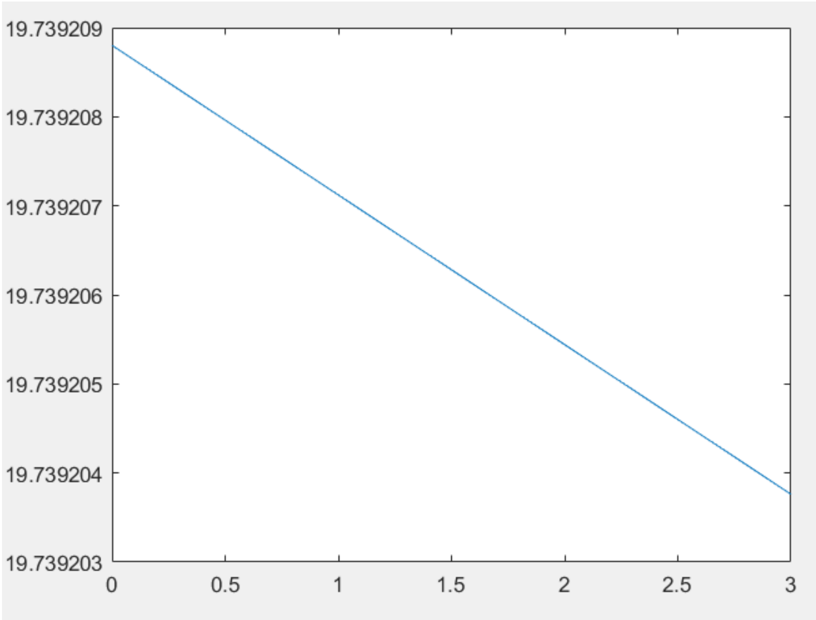
Euler implicte



RUNGE KUTTA

Selon le figure, la solution obtenues en utilisant RUNGE KUTTA est meilleur que d'autre méthode. Il est plus identique que solution exacte.

4.4 On peut obtenir le figure de E*



La quantité associé au schémas de RUNGE KUTTA est quasiment constante. Il est correspondant avec l'énergie E que nous calcule. Donc le méthode RUNGE KUTTA est une meilleur méthode.