DM 2

Prénom : Valentin

Numéro d'étudiant : ZY1824159/14241118

Schéma d'Euler explicite

$$\left.\begin{array}{l} \begin{vmatrix} q_{j+1} \\ \dot{q}_{j+1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} q_j \\ \dot{q}_j \end{vmatrix} + \Delta t \begin{vmatrix} \dot{q}_j \\ \ddot{q}_j \end{vmatrix} \\ \text{et} \quad \ddot{q}_{j+1} = -\omega_0^2 q_{j+1} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{vmatrix} q_{j+1} \\ \dot{q}_{j+1} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t \\ -\omega_0^2 \Delta t & 1 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} q_j \\ \dot{q}_j \end{vmatrix}$$

Soit la matrice d'amplification $A = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t \\ -\omega_0^2 \Delta t & 1 \end{pmatrix}$

Initialisation :

```
T0=3;
w0=2 * pi;
w0c=w0 * w0;
q0=1;
dq0=0;
dt1=0.01;
t1=(0:dt1:T0)';
np1=size(t1,1);
q1=zeros(np1,1);
dq1=zeros(np1,1);
energe1=zeros(np1,1);
q1(1)=q0;
dq1(1)=dq0;
ddq1(1)=-w0c * q1(1);
```

Calcul et figure :

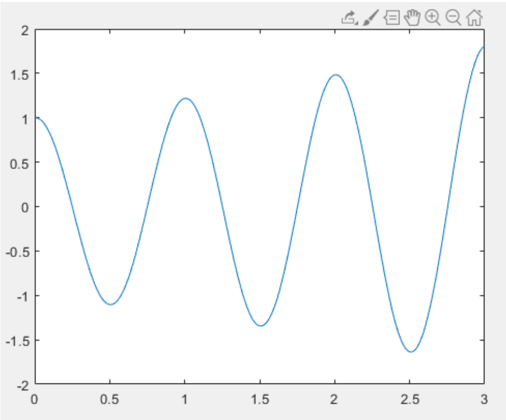
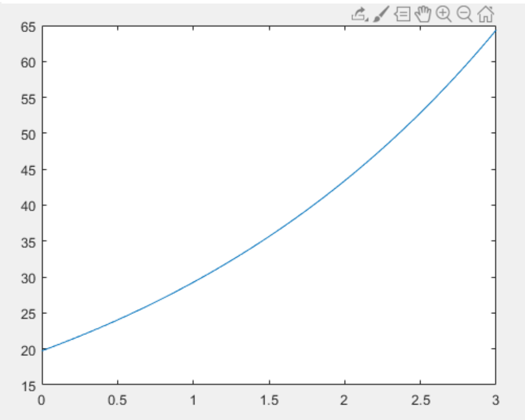
```
for i = 2:np1
    q1(i)=q1(i-1) + dt1 * dq1(i-1);
    dq1(i)=dq1(i-1) + dt1 * ddq1(i-1);
    ddq1(i) = -w0c * q1(i);
end
energe1=0.5 * (dq1.*dq1 + w0c*(q1.^2));


% plot(te,qe,te,dqe,te,ddqe)
% plot(qe,dqe,qe,ddqe)
% plot(qe,dq)
plot(t1, q1,t1,energe1)
```

Méthode 1

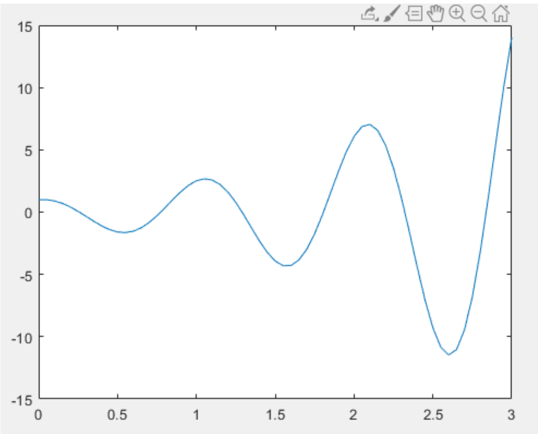
```
A = [1 dt1;-w0c*dt1 1];
q = [q0;dq0];

for i = 2:np1
    q =A * q;
    q1(i) = q(1);
    dq1(i) = q(2);
end
energe1=0.5 * (dq1.*dq1 + w0c*(q1.^2));
```

Méthode 2

Résultat :   plot(t1, q1)   plot(t1,energe1)

Si on change le pas du temps à dt = 0.05 :



Pour A : $\det(A - \lambda I) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 1 - i\omega_0 \Delta t \\ \lambda_2 = 1 + i\omega_0 \Delta t \end{cases}$

d'où $\omega_0 \Delta t \leqslant 1$ est la condition d'être stable

Soit $\Delta t \leq \frac{1}{\omega_0}$