Rendu sur le serveur pédagogique :
Retrouver l'équation du mouvement du pendule simple avec des équations de Lagrange.
Ecrire un rapport avec vos lignes de code en Matlab ou Scilab sur l'exercice Oscillateur conservatif à un degré de liberté.

1. Les équations de Lagrange→l'équation du mouvement du pendule simple
   La masse : m
   La longueur de ligne : l
   L'angle entre la ligne et la verticale (CCW) : θ
   Hypothèse des petits mouvements : $\theta \ \dot{\theta} \ \ddot{\theta} \ \ll 1$
   L'équation de Lagrange :$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0$
   Le degré de liberté est 1, on choisit la coordonnée généralisé θ , alors
$$T = \frac{1}{2}m(x^2 + y^2) = \frac{1}{2}m(l\dot{\theta})^2 = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2$$
$$V = -mgx + cte = -mgl\cos\theta + cte$$
$$L = T - V = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + mgl\cos\theta + cte$$
   D'après l'équation de Lagrange,
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) = \frac{d}{dt}\left(ml^2\dot{\theta}\right) = ml^2\ddot{\theta}$$
$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -mgl\sin\theta = -mgl\theta$$
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0 \ \Rightarrow \ ml^2\ddot{\theta} + mgl\theta = 0$$
   Donc,
$$\ddot{\theta} + {\omega_0}^2\theta = 0 \qquad \text{où} \ \ {\omega_0}^2 = \frac{g}{l}$$
2. L'exercice Oscillateur conservatif à un degré de liberté
   2.1 Solution exacte vectorielle
   Matlab Code :
```
clear all ; close all ; clc
T0=10; w0=2*pi; w0c=w0*w0;
q0=1.; dq0=0.0; dte=0.01;
te=(0:dte:T0)';
npe=size(te,1);
qe=zeros(npe,1);
dqe=zeros(npe,1);
energe=zeros(npe,1);
qe=q0*cos(w0*te)+dq0/w0*sin(w0*te) ;
dqe=-w0*q0*sin(w0*te)+dq0*cos(w0*te) ;
ddqe=-w0c*qe ;
energe=0.5*(dqe.*dqe+w0c*(qe.*qe));
plot(te,qe, '-r', 'linewidth',2) ;
```

```
xlabel('t') ;
ylabel('q') ;
title('Pendule Simple')
legend('Solution Exacte') ;
```

Sortie Graphique: