Table of Contents

Etude d'un oscillateur linéaire amorti à un degré de liberté 1
1.1) Résolution avec un schéma d'EULER explicite 1
1.2)Résolution avec un schéma d'EULER implicite 3
1.3) Résolution avec un schéma de RUNGE KUTTA 4
1.3.a) 4
1.3.b) 8

Etude d'un oscillateur linéaire amorti à un degré de liberté

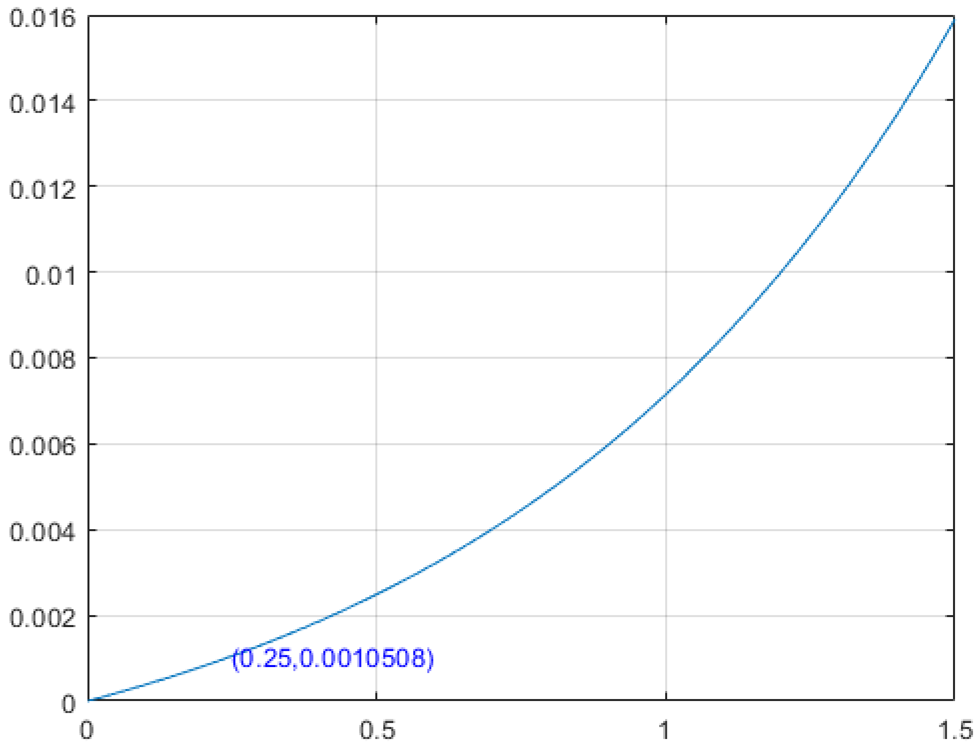
```
clear all
close all
% les constantes
T0=1; w0=2*pi/T0;
epsilon=0.02;
b=2*epsilon*w0; % pour simplifier le terme, b=2*epsilon*w0*m
x0=0.01;dx0=0;

syms x t pi;
a='D2x=-4*0.02*pi*Dx-4*pi*pi*x';
x=dsolve(a,'x(0)=0.01','Dx(0)=0');
```

1.1) Résolution avec un schéma d'EULER explicite

```
% 1.1.a) si on choist dt>2*epsilon*w0#on peut voir que l'amplitude de
 la
% solution augmente graduellement
dt=0.01;  % dt>2*epsilon*w0
ta=0:dt:10*T0;
% la matrice d'amplification
A=[1,dt; -w0^2*dt,1-dt*b];
Ua(:,1)=[x0;dx0];
for j=1:length(ta)
    Ua(:,j+1)= A*Ua(:,j);
end
Ua(:,length(ta)+1)=[];
figure(1)
plot(ta,Ua(1,:))

% 1.1.b) si on choist dt=2*epsilon/w0, on peut voir que l'amplitude de
 la
% solution est constante.
dt=2*epsilon/w0;
tb=0:dt:10*T0;
```

```
% la matrice d'amplification
A=[1,dt; -w0^2*dt,1-dt*b];
Ub(:,1)=[x0;dx0];
for j=1:length(tb)
    Ub(:,j+1)= A*Ub(:,j);
end
Ub(:,length(tb)+1)=[];
figure(2)
plot(tb,Ub(1,:))

% 1.1.c) si on choist dt=0.8*2*epsilon/w0,on peut voir que l'amplitude
 de
% la solution diminue.
dt=0.8*2*epsilon/w0; % dt=0.8*2*epsilon/w0
tc=0:dt:10*T0;
% la matrice d'amplification
A=[1,dt; -w0^2*dt,1-dt*b];
Uc(:,1)=[x0;dx0];
for j=1:length(tc)
    Uc(:,j+1)= A*Uc(:,j);
end
Uc(:,length(tc)+1)=[];
close all
plot(tc,Uc(1,:))
hold on
ezplot(x,[0,10,-0.01,0.01])
title('oscillateur 1 dll amorti')
legend('Euler explicite 0.8','solution exacte')

% 1.1.d)
close all
% Le critère permet d'étudier la précision de la solution est la
 précison
% en période et en amplitude.
% Ici, on étudie la précision en amplitude
 rapportexp=0:0.01:1.5;
 erreurexp=[];
 t=[];
 A=[];
 for i=2:length(rapportexp)
     dt(i)=rapportexp(i)*2*epsilon/w0;
     t{1,i}=0:dt(i):10*T0;
     % la matrice d'amplification
     A{1,i}=[1,dt(i); -w0^2*dt(i),1-dt(i)*b];
     U=[];
     U(:,1)=[x0;dx0];
    for j=1:length(t{1,i})
        U(:,j+1)= A{1,i}*U(:,j);
    end

    temp=U(1,end);
    erreurexp(3,i)=temp-subs(x,10);
 end
 erreurexp(1,:)=rapportexp;
```

```
 erreurexp(2,:)=dt;
 p=find(rapportexp==0.25);
plot(rapportexp,erreurexp(3,:))
grid on
text(rapportexp(p),erreurexp(3,p),
['(',num2str(rapportexp(p)),',',num2str(erreurexp(3,p)),')'],'color','b')
% On peut voir que l'erreur est suffisamment petit quand
 rapportexp<0.25
```

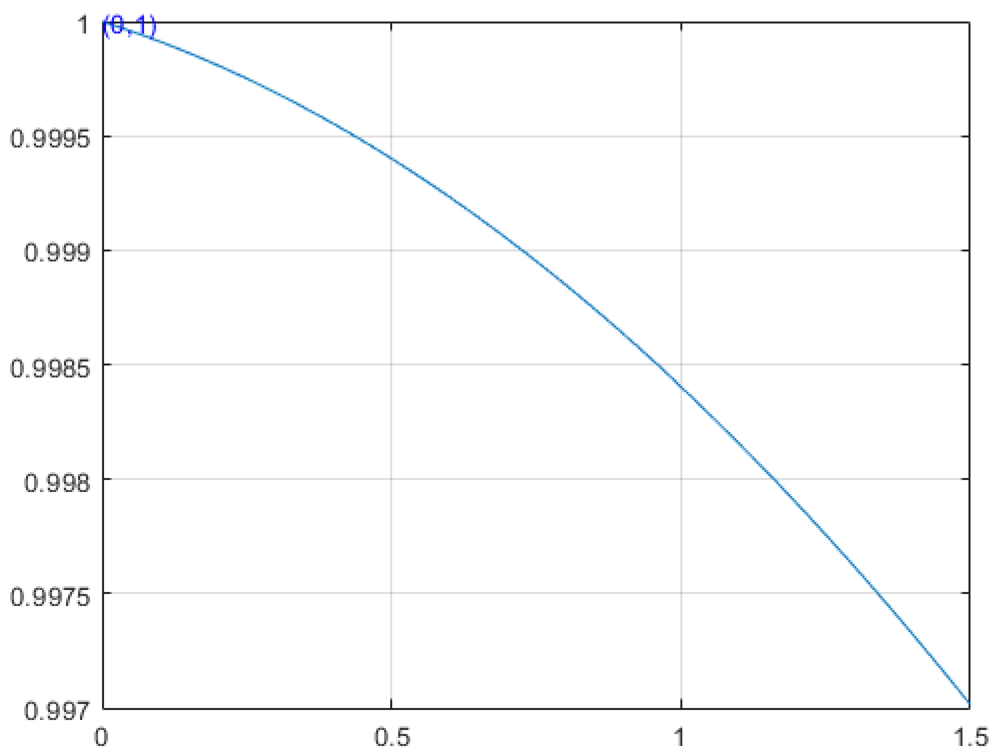


1.2)Résolution avec un schéma d'EULER implicite

```
close all
rapportimp=0:0.01:1.5;
 for i=1:length(rapportimp)
     dt(i)=rapportimp(i)*2*epsilon/w0;
     % la matrice
     Aimp{1,i}=[1,-dt(i); w0^2*dt(i),1+dt(i)*b];
     Aimp{1,i}=inv(Aimp{1,i});
     %les valeurs propres de la matrice d'amplification pour different
 dt
     VPAimp(:,i)=eig(Aimp{1,i});
     %le module des valeurs propres
     moduleVPimp(i)=sqrt(real(VPAimp(1,i))^2+imag(VPAimp(1,i))^2);
 end
```

```
PointCritique=find(moduleVPimp==1);
plot(rapportimp,moduleVPimp)
grid on
text(rapportimp(PointCritique),moduleVPimp(PointCritique),
['(',num2str(rapportimp(PointCritique)),',',num2str(moduleVPimp(PointCritique)),')
% On peut voir que le module de la matrice d'amplification du schéma
% implicite est toujours inférieur à 1.
PasCritique=rapportimp(PointCritique)*2*epsilon/w0
```

```
PasCritique =

     0
```



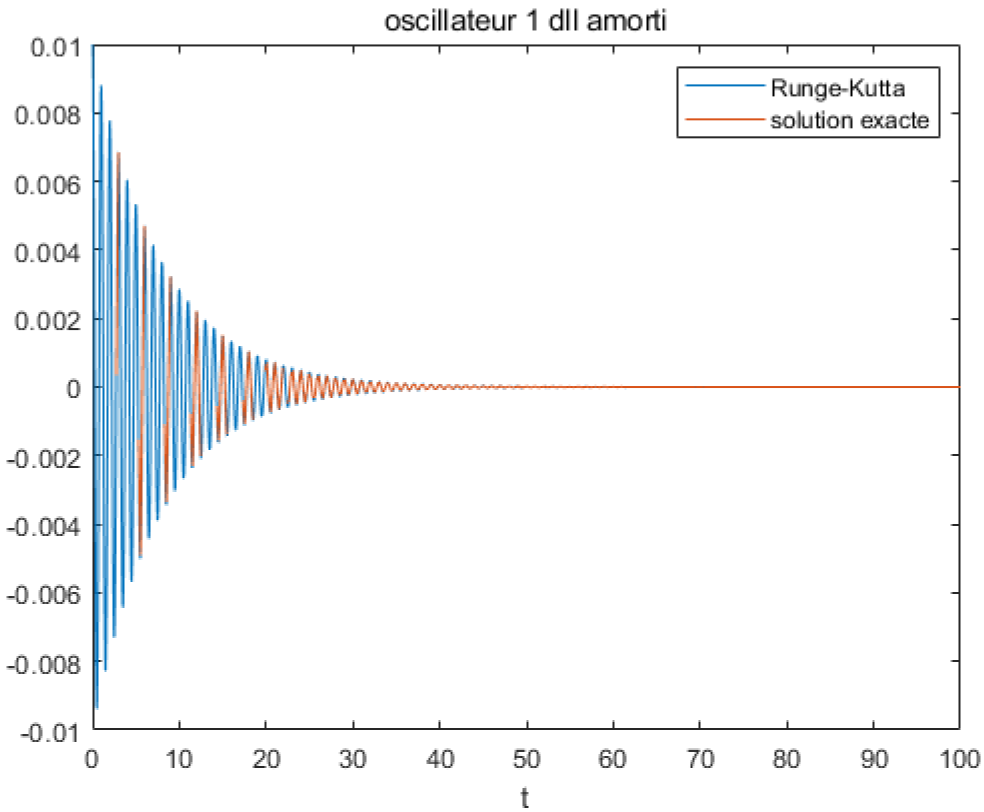
1.3) Résolution avec un schéma de RUNGE KUTTA

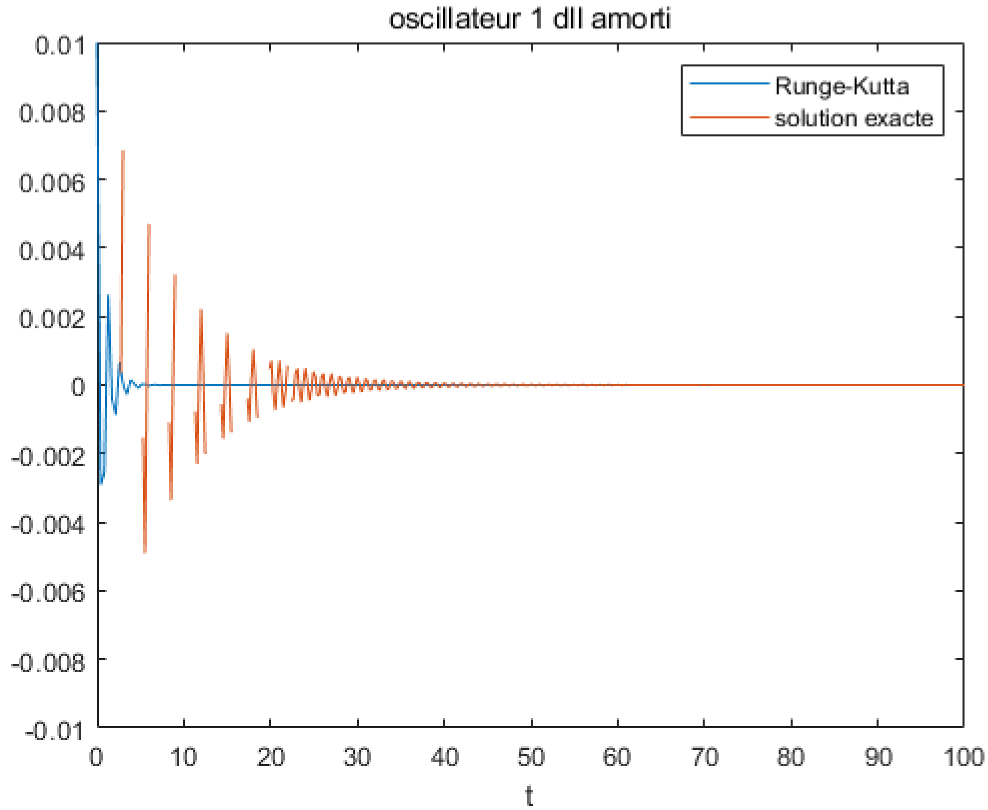
1.3.a)

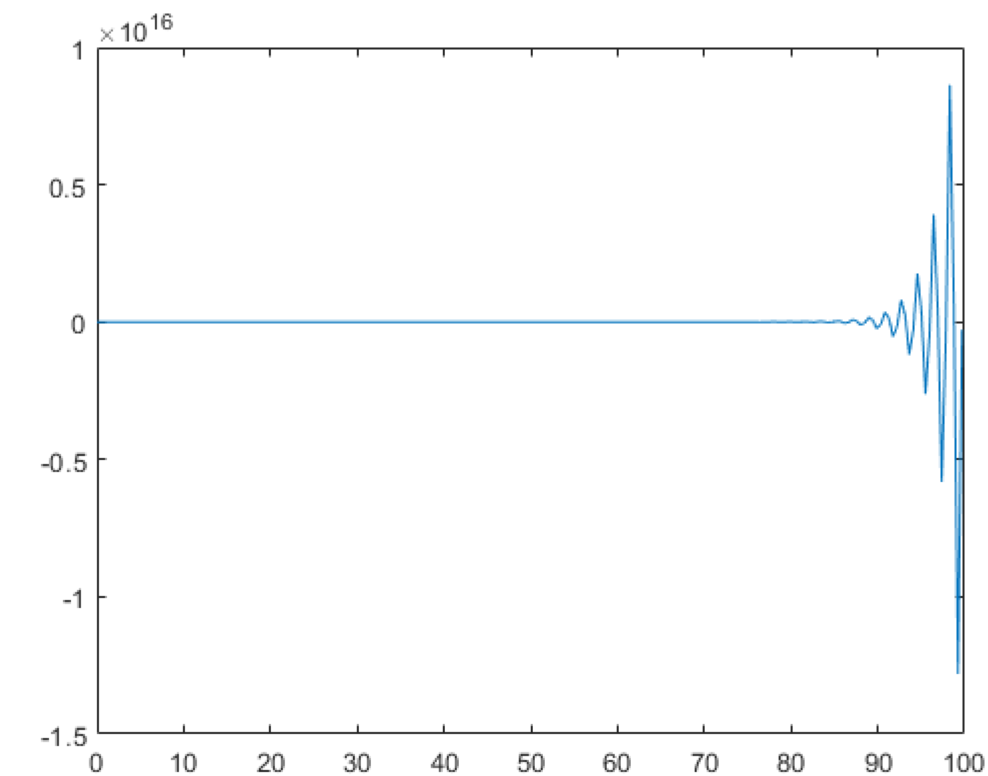
```
t=[];dt=[];
h=0.04;
dt=h*2*sqrt(2)/w0;
t=0:dt:100*T0;
```

```
Ark=[0,1; -w0^2,-b];
Urk(:,1)=[x0;dx0];
for j=1:length(t)
    k1=Ark*Urk(:,j);
    k2=Ark*(Urk(:,j)+1/2*k1*dt);
    k3=Ark*(Urk(:,j)+1/2*k2*dt);
    k4=Ark*(Urk(:,j)+k3*dt);
    Urk(:,j+1)= Urk(:,j)+1/6*dt*(k1+2*k2+2*k3+k4);
end
Urk(:,length(t)+1)=[];
plot(t,Urk(1,:))
hold on
ezplot(x,[0,100,-0.01,0.01])
title('oscillateur 1 dll amorti')
legend('Runge-Kutta','solution exacte')

h=0.96;Urk=[];
dt=h*2*sqrt(2)/w0;
t=0:dt:100*T0;
Ark=[0,1; -w0^2,-b];
Urk(:,1)=[x0;dx0];
for j=1:length(t)
    k1=Ark*Urk(:,j);
    k2=Ark*(Urk(:,j)+1/2*k1*dt);
    k3=Ark*(Urk(:,j)+1/2*k2*dt);
    k4=Ark*(Urk(:,j)+k3*dt);
    Urk(:,j+1)= Urk(:,j)+1/6*dt*(k1+2*k2+2*k3+k4);
end
Urk(:,length(t)+1)=[];
figure(2)
plot(t,Urk(1,:))
hold on
ezplot(x,[0,100,-0.01,0.01])
title('oscillateur 1 dll amorti')
legend('Runge-Kutta','solution exacte')


h=1.04;Urk=[];
dt=h*2*sqrt(2)/w0;
t=0:dt:100*T0;
Ark=[0,1; -w0^2,-b];
Urk(:,1)=[x0;dx0];
for j=1:length(t)
    k1=Ark*Urk(:,j);
    k2=Ark*(Urk(:,j)+1/2*k1*dt);
    k3=Ark*(Urk(:,j)+1/2*k2*dt);
    k4=Ark*(Urk(:,j)+k3*dt);
    Urk(:,j+1)= Urk(:,j)+1/6*dt*(k1+2*k2+2*k3+k4);
end
Urk(:,length(t)+1)=[];
figure(3)
plot(t,Urk(1,:))
% hold on
% ezplot(x,[0,100,-0.01,0.01])
```

```
% title('oscillateur 1 dll amorti')
% legend('Runge-Kutta','solution exacte')

% On peut voir que quand h=0.04 et h=0.94, les résultats sont stables,
 mais
% quand h=1.04, le résultat n'est pas stable et il est divergent. le
% résultat de h=0.04 est plus précis que celui de h=0.96
```




oscillateur 1 dll amorti
Runge-Kutta
solution exacte
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0
-0.002
-0.004
-0.006
-0.008
-0.01
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
t


$\times 10^{16}$
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

1.3.b)

En utilisant le méthode dichotomie, on cherche la valeur approximative du pas de temps critique.

```
% hc=1.0121875

% dtc=0.91128892

% hmin=1.011875, hmax=1.0125, hmax-hmin=0.000625<0.001
```

Published with MATLAB® R2019a

Table of Contents

Etude d’un double pendule avec l’hypothèse des petits mouvements 1
1.Résolution avec un schéma de NEWMARK explicite 1
1.1) La matrice d'amplification 1
1.2) 2
1.3) 3
1.4) 3
1.5) 4
1.6) 4
2. Résolution avec un schéma de NEWMARK implicite 7
2.1) 7
2.2) 8
2.3) 9
2.4) 9
2.5) 10
2.6) 10

Etude d’un double pendule avec l’hypothèse des petits mouvements

Les constantes

```
m=2;
a=0.5;
g=9.81;
F0=20;
w=2*pi;
theta10=0;
theta20=0;
dtheta10=-1.31519275;
dtheta20=-1.85996342;
T0=8;
Ide=[1 0; 0 1];
Zero=zeros(2,2);
```

1.Résolution avec un schéma de NEWMARK explicite

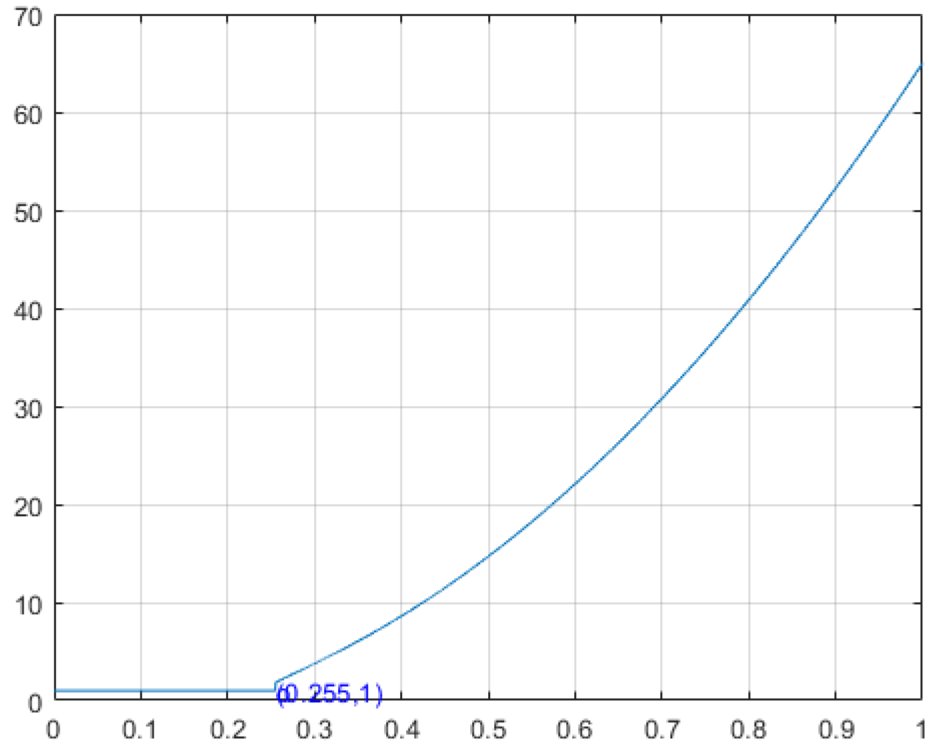
1.1) La matrice d'amplification

```
syms dt
beta=0;gamma=0.5;
B=inv([2 1; 1 1]);
C=[2 0; 0 1];
D=B*C;
```

```
A1=[Ide+dt*dt*beta*g/a*D,Zero; dt*gamma*g/a*D, Ide];
A2=[Ide-dt*dt*(0.5-beta)*g/a*D, dt*Ide; -dt*(1-gamma)*g/a*D, Ide];
% La matrice d'amplification
Anewexp=inv(A1)*A2


Anewexp =

[                                                  1 - (981*dt^2)/50,
                                                      (981*dt^2)/100,
               dt,                0]
[                                                    (981*dt^2)/50,
                                                  1 - (981*dt^2)/50,
                0,               dt]
[ (981*dt*((981*dt^2)/50 - 1))/50 - (981*dt)/50 + (962361*dt^3)/5000,
 (981*dt)/100 - (981*dt*((981*dt^2)/50 - 1))/100 - (962361*dt^3)/5000,
 1 - (981*dt^2)/50,    (981*dt^2)/100]
[ (981*dt)/50 - (981*dt*((981*dt^2)/50 - 1))/50 - (962361*dt^3)/2500,
  (981*dt*((981*dt^2)/50 - 1))/50 - (981*dt)/50 + (962361*dt^3)/5000,
    (981*dt^2)/50, 1 - (981*dt^2)/50]
```

1.2)

```
close all
dt=[];A1=[];A2=[];Anewexp=[];Unewexp=[];

dt=0:0.0001:1;
moduleVP=[];
for j=1:length(dt)
    A1{1,j}=[Ide+dt(j)*dt(j)*beta*g/a*D,Zero; dt(j)*gamma*g/a*D, Ide];
    A2{1,j}=[Ide-dt(j)*dt(j)*(0.5-beta)*g/a*D, dt(j)*Ide; -dt(j)*(1-
gamma)*g/a*D, Ide];
    % La matrice d'amplification
    Anewexp{1,j}=inv(A1{1,j})*A2{1,j};
    %les valeurs propres de la matrice d'amplification pour different
 dt
    VPAnewexp(:,j)=eig(Anewexp{1,j});
    %le module des valeurs propres
    moduleVP(j)=sqrt(real(VPAnewexp(1,j))^2+imag(VPAnewexp(1,j))^2);
end
plot(dt,moduleVP)
grid on
PointCritique=find(dt==0.255);
text(dt(PointCritique),moduleVP(PointCritique),'o','color','b')
text(dt(PointCritique),moduleVP(PointCritique),
['(',num2str(dt(PointCritique)),',',num2str(moduleVP(PointCritique)),')'],'color',
% On peut voir que quand dt>0.255s, le module de la valeur propre de
 la
% matrice d'amplification est supérieur à 1.
% Donc le pas de temps critique est 0.255s
```



1.3)

1.4)

```
photo=imread('image_20200329092537.jpg');
imshow(photo)
```

1.3) $$m a^2 \begin{bmatrix}2&1\\1&1\end{bmatrix}\ddot{q}_0 + mga\begin{bmatrix}2&0\\0&1\end{bmatrix} q_0 = F_0 \sin wt \left|\begin{matrix} a \\ \frac{a}{\sqrt{2}}\end{matrix}\right.$$

$$\Rightarrow \quad \ddot{q}_0 + \frac{g}{a}\begin{bmatrix}2&-1\\-2&2\end{bmatrix} q_0 = 0$$

1.4) $$\begin{cases} q_{n+1} = q_n + \Delta t\, \dot{q}_n + \Delta t^2 (0.5-\beta)\, \ddot{q}_n + \Delta t^2 \beta\, \ddot{q}_{n+1} \\ \dot{q}_{n+1} = \dot{q}_n + \Delta t (1-\gamma)\, \ddot{q}_n + \Delta t \gamma\, \ddot{q}_{n+1} \end{cases}$$

$$\left(1 + \Delta t^2 \beta \frac{g}{a}\begin{bmatrix}2&-1\\-2&2\end{bmatrix}\right) q_{n+1} = \left(1 - \Delta t^2 (0.5-\beta) \frac{g}{a}\begin{bmatrix}2&-1\\-2&2\end{bmatrix}\right) q_n + \Delta t\, \dot{q}_n$$
$$+ \Delta t^2 \cdot 0.5 \cdot \frac{F_0}{ma}\begin{bmatrix}1&-1\\-1&2\end{bmatrix} \sin wt \left|\begin{matrix} 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\end{matrix}\right.$$

$$\Delta t \gamma \frac{g}{a}\begin{bmatrix}2&-1\\-2&2\end{bmatrix} q_{n+1} + \dot{q}_{n+1} = -\Delta t (1-\gamma) \frac{g}{a}\begin{bmatrix}2&-1\\-2&2\end{bmatrix} q_n + \dot{q}_n$$
$$+ \Delta t \frac{F}{ma}\begin{bmatrix}1&-1\\-1&2\end{bmatrix} \sin wt \left|\begin{matrix} 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\end{matrix}\right.$$

1.5)

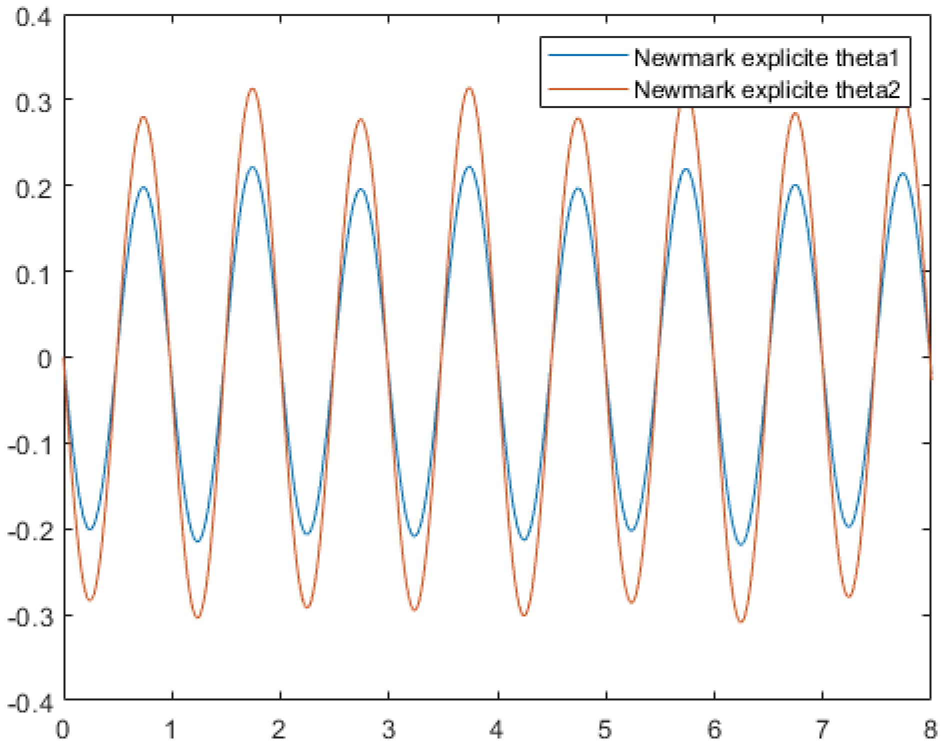
1.6)

```
close all
dt=[];t=[];A1=[];A2=[];Anewexp=[];Unewexp=[];d2Unewexp=[];
Mf=[];Mf1=[];
dt=0.02;
A1=[Ide+dt*dt*beta*g/a*D,Zero; dt*gamma*g/a*D, Ide];
A2=[Ide-dt*dt*(0.5-beta)*g/a*D, dt*Ide; -dt*(1-gamma)*g/a*D, Ide];
% La matrice d'amplification
Anewexp=inv(A1)*A2;
fcolone=[1;1/sqrt(2);1;1/sqrt(2)];
Unewexp(:,1)=[theta10;theta20;dtheta10;dtheta20];
t=0:dt:T0;
for j=1:length(t)
    % la matrice concernant F0
    Mf{1,j}=[dt*dt*0.5*F0/(m*a)*B*sin(w*j*dt), Zero; Zero, dt*F0/
(m*a)*B*sin(w*j*dt)];
    Mf1{1,j}=inv(A1)*Mf{1,j}*fcolone;
    Unewexp(:,j+1)=Anewexp*Unewexp(:,j)+Mf1{1,j};
    % d2q
    d2Unewexp(:,j)=-g/a*D*Unewexp(1:2,j)+F0/(m*a)*B*sin(w*j*dt)*[1;1/
sqrt(2)];
end
Unewexp(:,length(t)+1)=[];
```

```
plot(t,Unewexp(1,:))
hold on
plot(t,Unewexp(2,:))
legend('Newmark explicite theta1','Newmark explicite theta2')
% q(t),dq(t),d2q(t) pour le schéma NEWMARK explicite
% t=0s
q0=Unewexp(1:2,1)
dq0=Unewexp(3:4,1)
d2q0=d2Unewexp(:,1)
% t=dt
q_dt=Unewexp(1:2,2)
dq_dt=Unewexp(3:4,2)
d2q_dt=d2Unewexp(:,2)
% t=2*dt
q_2dt=Unewexp(1:2,3)
dq_2dt=Unewexp(3:4,3)
d2q_2dt=d2Unewexp(:,3)
% t=0.5s
q_05=Unewexp(1:2,26)
dq_05=Unewexp(3:4,26)
d2q_05=d2Unewexp(:,26)
```

```
q0 =

     0
     0


dq0 =

   -1.3152
   -1.8600


d2q0 =

    0.7342
    1.0383


q_dt =

   -0.0262
   -0.0370


dq_dt =

   -1.2975
   -1.8349


d2q_dt =
```

```
    1.7574
    2.4854


q_2dt =

   -0.0518
   -0.0732


dq_2dt =

   -1.2594
   -1.7811


d2q_2dt =

    2.7513
    3.8909


q_05 =

    0.0108
    0.0152


dq_05 =

    1.2688
    1.7943


d2q_05 =

   -0.8579
   -1.2133
```



2. Résolution avec un schéma de NEWMARK implicite

```
beta=0.25;gamma=0.5;
```

2.1)

```
syms dt
A1=[Ide+dt*dt*beta*g/a*D,Zero; dt*gamma*g/a*D, Ide];
A2=[Ide-dt*dt*(0.5-beta)*g/a*D, dt*Ide; -dt*(1-gamma)*g/a*D, Ide];
% La matrice d'amplification
Anewimp=inv(A1)*A2
```

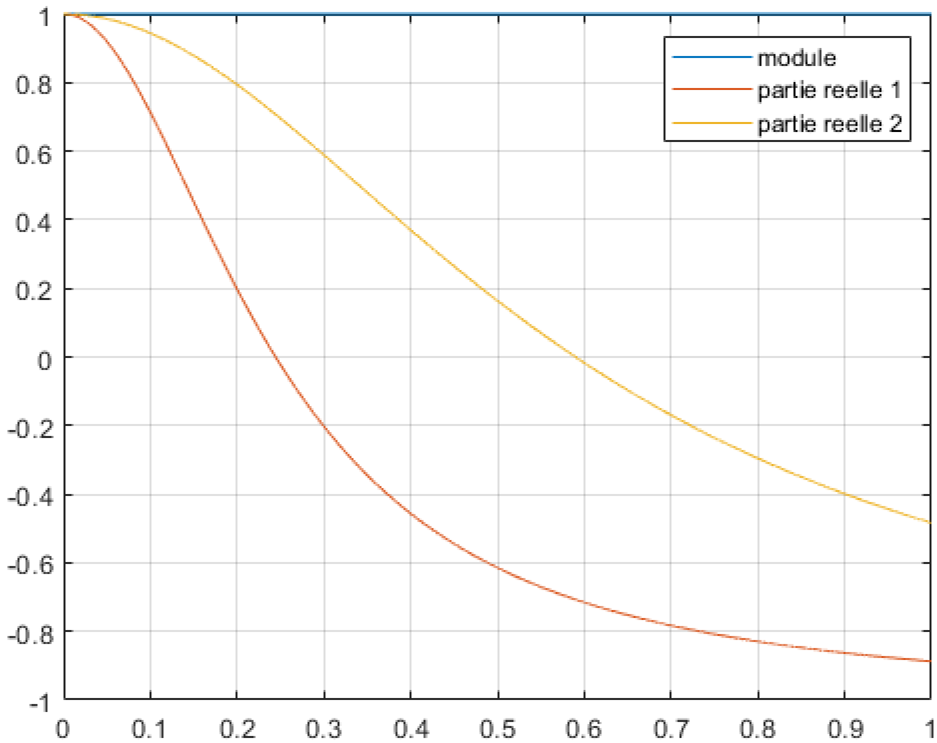
```
Anewimp =

[                              (962361*dt^4)/(962361*dt^4 +
 392400*dt^2 + 20000) - (200*(981*dt^2 + 100)*((981*dt^2)/100 -
 1))/(962361*dt^4 + 392400*dt^2 + 20000),
   (981*dt^2*(981*dt^2 + 100))/(962361*dt^4 + 392400*dt^2 + 20000)
 - (98100*dt^2*((981*dt^2)/100 - 1))/(962361*dt^4 + 392400*dt^2 +
 20000),         (200*dt*(981*dt^2 + 100))/(962361*dt^4 + 392400*dt^2
 + 20000),                          (98100*dt^3)/(962361*dt^4 +
 392400*dt^2 + 20000)]
```

```
[                       (1962*dt^2*(981*dt^2 + 100))/(962361*dt^4
 + 392400*dt^2 + 20000) - (196200*dt^2*((981*dt^2)/100 - 1))/
(962361*dt^4 + 392400*dt^2 + 20000),
 (962361*dt^4)/(962361*dt^4 + 392400*dt^2 + 20000) - (200*(981*dt^2 +
 100)*((981*dt^2)/100 - 1))/(962361*dt^4 + 392400*dt^2 + 20000),
               (196200*dt^3)/(962361*dt^4 + 392400*dt^2 + 20000),
    (200*dt*(981*dt^2 + 100))/(962361*dt^4 + 392400*dt^2 + 20000)]
[          (1924722*dt^3)/(962361*dt^4 + 392400*dt^2 + 20000)
 - (981*dt)/50 + (1962*(981*dt^3 + 200*dt)*((981*dt^2)/100
 - 1))/(962361*dt^4 + 392400*dt^2 + 20000), (981*dt)/100 -
 (196200*dt*((981*dt^2)/100 - 1))/(962361*dt^4 + 392400*dt^2 + 20000)
 - (962361*dt^2*(981*dt^3 + 200*dt))/(100*(962361*dt^4 + 392400*dt^2
 + 20000)), 1 - (1962*dt*(981*dt^3 + 200*dt))/(962361*dt^4 +
 392400*dt^2 + 20000),                     (196200*dt^2)/(962361*dt^4
 + 392400*dt^2 + 20000)]
[ (981*dt)/50 - (392400*dt*((981*dt^2)/100 - 1))/(962361*dt^4
 + 392400*dt^2 + 20000) - (962361*dt^2*(981*dt^3 + 200*dt))/
(50*(962361*dt^4 + 392400*dt^2 + 20000)),           (1924722*dt^3)/
(962361*dt^4 + 392400*dt^2 + 20000) - (981*dt)/50 + (1962*(981*dt^3 +
 200*dt)*((981*dt^2)/100 - 1))/(962361*dt^4 + 392400*dt^2 + 20000),
                  (392400*dt^2)/(962361*dt^4 + 392400*dt^2 + 20000), 1
 - (1962*dt*(981*dt^3 + 200*dt))/(962361*dt^4 + 392400*dt^2 + 20000)]
```

2.2)

```
close all
dt=[];A1=[];A2=[];Anewimp=[];Unewimp=[];

dt=0:0.0001:1;
moduleVPimp=[];
for j=1:length(dt)
    A1{1,j}=[Ide+dt(j)*dt(j)*beta*g/a*D,Zero; dt(j)*gamma*g/a*D, Ide];
    A2{1,j}=[Ide-dt(j)*dt(j)*(0.5-beta)*g/a*D, dt(j)*Ide; -dt(j)*(1-
gamma)*g/a*D, Ide];
    % La matrice d'amplification
    Anewimp{1,j}=inv(A1{1,j})*A2{1,j};
    %les valeurs propres de la matrice d'amplification pour different
 dt
    VPAnewimp(:,j)=eig(Anewimp{1,j});
    %le module des valeurs propres

 moduleVPimp(j)=sqrt(real(VPAnewimp(1,j))^2+imag(VPAnewimp(1,j))^2);
end
plot(dt,moduleVPimp)
hold on
plot(dt,VPAnewimp(1,:))
hold on
plot(dt,VPAnewimp(3,:))
grid on
legend('module','partie reelle 1','partie reelle 2')
% On peut voir que la plus grande valeur propre de cette matrice
```

```
% d'amplification est 1. C'est-à-dire que pour les valeurs du pas de
 temps
% comprises entre 0s et 1s, le schéma de NEWMARK implicite est
 toujours
% stable.

##: ## X #/# Y ########
##: ## X #/# Y ########
```

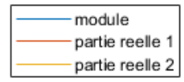


2.3)

2.4)

C'est presque la même que celui de la question 1.3) et 1.4)

```
 photo=imread('image_20200329120946.jpg');
 imshow(photo)
```



2.3) $$ma^2\begin{bmatrix}2&1\\1&1\end{bmatrix}\ddot{q}_0 + mga\begin{bmatrix}2&0\\0&1\end{bmatrix}q_0 = F_0\sin wt\Big|_{\frac{a}{\sqrt{2}}}^{a}$$

$$\Rightarrow \ddot{q}_0 + g/a\begin{bmatrix}2&-1\\-2&2\end{bmatrix}q_0 = 0$$

2.4) $$\begin{cases} q_{n+1} = q_n + \Delta t\,\dot{q}_n + \Delta t^2(0.5-\beta)\ddot{q}_n + \Delta t^2\beta\ddot{q}_{n+1} \\ \dot{q}_{n+1} = \dot{q}_n + \Delta t(1-\gamma)\ddot{q}_n + \Delta t\gamma\ddot{q}_{n+1} \end{cases}$$

$$\left(1+\Delta t^2\beta\frac{g}{a}\begin{bmatrix}2&-1\\-2&2\end{bmatrix}\right)q_{n+1} = \left(1-\Delta t^2(0.5-\beta)\frac{g}{a}\begin{bmatrix}2&-1\\-2&2\end{bmatrix}\right)q_n + \Delta t\,\dot{q}_n$$
$$+ \Delta t^2\cdot 0.5\cdot\frac{F_0}{ma}\begin{bmatrix}1&-1\\-1&2\end{bmatrix}\sin wt\Big|_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{1}$$

$$\Delta t\gamma\frac{g}{a}\begin{bmatrix}2&-1\\-2&2\end{bmatrix}q_{n+1} + \dot{q}_{n+1} = -\Delta t(1-\gamma)\frac{g}{a}\begin{bmatrix}2&-1\\-2&2\end{bmatrix}q_n + \dot{q}_n$$
$$+ \Delta t\frac{F}{ma}\begin{bmatrix}1&-1\\-1&2\end{bmatrix}\sin wt\Big|_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{1}$$

$$\begin{bmatrix}1+\Delta t^2\beta\frac{g}{a}D & 0\\ \Delta t\gamma\frac{g}{a}D & 1\end{bmatrix}\begin{pmatrix}q_{n+1}\\ \dot{q}_{n+1}\end{pmatrix} = \begin{bmatrix}1-\Delta t^2(0.5-\beta)\frac{g}{a}D & \Delta t\\ -\Delta t(1-\gamma)\frac{g}{a}D & 1\end{bmatrix}\begin{pmatrix}q_n\\ \dot{q}_n\end{pmatrix}$$

Ici, $D = \begin{bmatrix}2&-1\\-2&2\end{bmatrix}$

$$+\begin{bmatrix}\Delta t^2 0.5\frac{F_0}{ma}B\sin wt & 0\\ 0 & \Delta t\frac{F}{ma}B\sin wt\end{bmatrix}\Big|_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{1}\Big|_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{1}$$

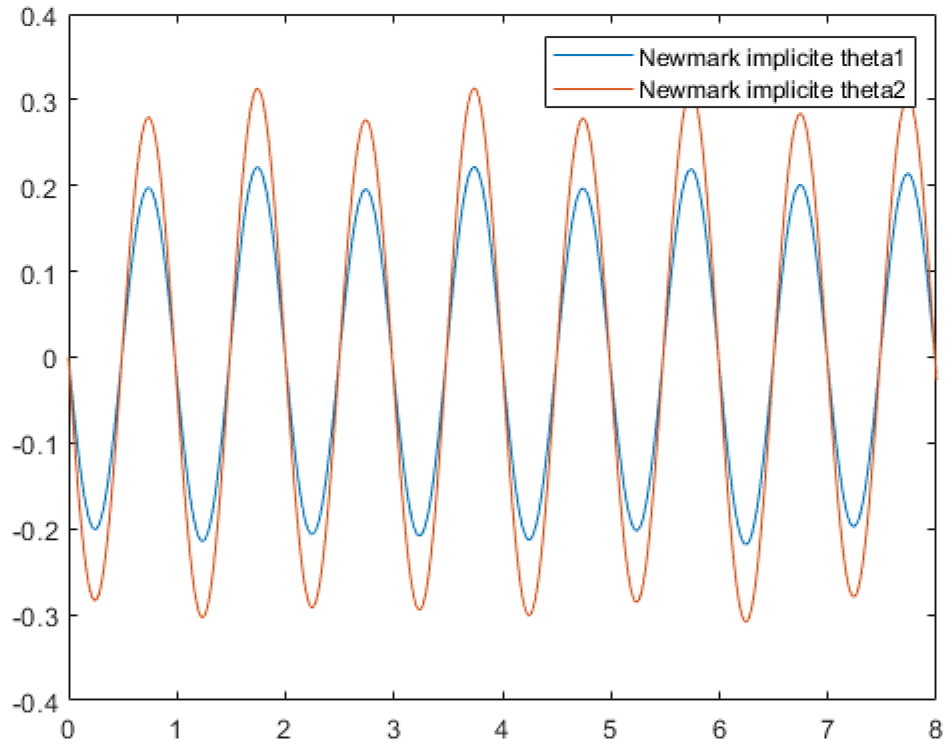
2.5)

2.6)

```
close all
dt=[];t=[];A1=[];A2=[];Anewimp=[];Unewimp=[];d2Unewimp=[];
Mf=[];Mf1=[];
dt=0.02;
A1=[Ide+dt*dt*beta*g/a*D,Zero; dt*gamma*g/a*D, Ide];
A2=[Ide-dt*dt*(0.5-beta)*g/a*D, dt*Ide; -dt*(1-gamma)*g/a*D, Ide];
% La matrice d'amplification
Anewimp=inv(A1)*A2;
fcolone=[1;1/sqrt(2);1;1/sqrt(2)];
Unewimp(:,1)=[theta10;theta20;dtheta10;dtheta20];
t=0:dt:T0;
for j=1:length(t)
    % la matrice concernant F0
```

```
    Mf{1,j}=[dt*dt*0.5*F0/(m*a)*B*sin(w*j*dt), Zero; Zero, dt*F0/
(m*a)*B*sin(w*j*dt)];
    Mf1{1,j}=inv(A1)*Mf{1,j}*fcolone;
    Unewimp(:,j+1)=Anewimp*Unewimp(:,j)+Mf1{1,j};
    % d2q
    d2Unewimp(:,j)=-g/a*D*Unewimp(1:2,j)+F0/(m*a)*B*sin(w*j*dt)*[1;1/
sqrt(2)];
end
Unewimp(:,length(t)+1)=[];
plot(t,Unewimp(1,:))
hold on
plot(t,Unewimp(2,:))
legend('Newmark implicite theta1','Newmark implicite theta2')
% q(t),dq(t),d2q(t) pour le schéma NEWMARK implicite
% t=0s
q0=Unewimp(1:2,1)
dq0=Unewimp(3:4,1)
d2q0=d2Unewimp(:,1)
% t=dt
q_dt=Unewimp(1:2,2)
dq_dt=Unewimp(3:4,2)
d2q_dt=d2Unewimp(:,2)
% t=2*dt
q_2dt=Unewimp(1:2,3)
dq_2dt=Unewimp(3:4,3)
d2q_2dt=d2Unewimp(:,3)
% t=0.5s
q_05=Unewimp(1:2,26)
dq_05=Unewimp(3:4,26)
d2q_05=d2Unewimp(:,26)


q0 =

     0
     0


dq0 =

   -1.3152
   -1.8600


d2q0 =

    0.7342
    1.0383


q_dt =

   -0.0261
   -0.0369
```

```
dq_dt =

   -1.2975
   -1.8350


d2q_dt =

    1.7571
    2.4849


q_2dt =

   -0.0517
   -0.0731


dq_2dt =

   -1.2594
   -1.7811


d2q_2dt =

    2.7506
    3.8899


q_05 =

    0.0106
    0.0150


dq_05 =

    1.2683
    1.7936


d2q_05 =

   -0.8558
   -1.2103
```



Published with MATLAB® R2019a

Table of Contents

oscillateur non linéaire à un degré de liberté 1
1. Résolution avec un schéma de NEWMARK explicite 1
1.1) 1
1.2) 2
1.3) 3
2.Résolution avec un schéma de NEWMARK implicite 5
2.1) 5
2.2) 5
2.3) 5
2.4) 6
3.Energie mécanique 8
3.1) 8
3.2) 8
3.3) 9

oscillateur non linéaire à un degré de liberté

Les constantes

```
q0=2;
dq0=0;
w0=2*pi;
a=0.1;
T0=6;
```

1. Résolution avec un schéma de NEWMARK explicite

```
gamma=0.5; beta=0;
```

1.1)

```
photo=imread('image_20200329210943.jpg');
imshow(photo)
```

$$\ddot q + \omega_0^2 q (1 + a q^2) = 0$$

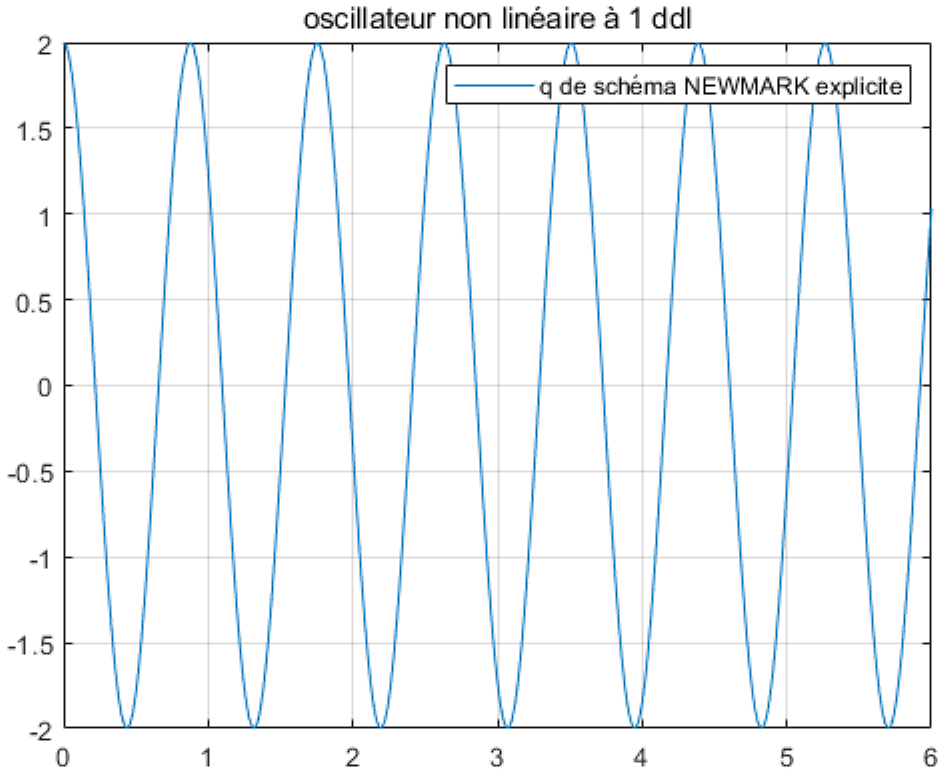
$$q_{j+1} = q_j + \Delta t \dot q_j + \Delta t^2 (0.5 - \beta) \ddot q_j + \beta \Delta t^2 \ddot q_{j+1}$$
$$\dot q_{j+1} = \dot q_j + \Delta t (1 - \gamma) \ddot q_j + \gamma \Delta t \ddot q_{j+1}$$

$$\beta = 0 \quad \gamma = 0.5 \Rightarrow q_{j+1} = q_j + \Delta t \dot q_j + \Delta t^2 \cdot 0.5 \cdot \ddot q_j$$
$$\Rightarrow q_{j+1} = q_j + \Delta t \dot q_j - 0.5 t^2 w_0^2 q_j (1 + a q_j^2)$$
$$\hookrightarrow \ddot q_{j+1} = -w_0^2 q_{j+1} (1 + a q_{j+1}^2)$$
$$\hookrightarrow \dot q_{j+1} = \dot q_j + \Delta t \cdot 0.5 \ddot q_j + 0.5 \Delta t \ddot q_{j+1}$$

On peut déterminer $q_{j+1}, \dot q_{j+1}, \ddot q_{j+1}$ selon $q_j, \dot q_j, \ddot q_j$

1.2)

```
close all
dt=0.02;
t=0:dt:T0;
qexp=[];
dqexp=[];
d2qexp=[];
qexp(1)=q0;dqexp(1)=dq0;
d2qexp(1)=-w0^2*qexp(1)*(1+a*qexp(1)*qexp(1));
for j=1:length(t)
   qexp(j+1)=qexp(j)+dt*dqexp(j)+0.5*dt*dt*d2qexp(j);
   d2qexp(j+1)=-w0^2*qexp(j+1)*(1+a*qexp(j+1)*qexp(j+1));
   dqexp(j+1)=dqexp(j)+dt*0.5*d2qexp(j)+0.5*dt*d2qexp(j+1);
end
qexp(length(t)+1)=[];
dqexp(length(t)+1)=[];
d2qexp(length(t)+1)=[];
plot(t,qexp)
grid on
title('oscillateur non linéaire à 1 ddl')
legend('q de schéma NEWMARK explicite')
```



1.3)

q(t),dq(t),d2q(t) pour le schéma NEWMARK explicite t=0s

```
q0=qexp(1)
dq0=dqexp(1)
d2q0=d2qexp(1)
% t=dt
q_dt=qexp(2)
dq_dt=dqexp(2)
d2q_dt=d2qexp(2)
% t=2*dt
q_2dt=qexp(3)
dq_2dt=dqexp(3)
d2q_2dt=d2qexp(3)
% t=T0
q_T0=qexp(301)
dq_T0=dqexp(301)
d2q_T0=d2qexp(301)
```

```
q0 =

     2
```

```
dq0 =

     0

d2q0 =

 -110.5396

q_dt =

    1.9779

dq_dt =

   -2.1917

d2q_dt =

 -108.6310

q_2dt =

    1.9123

dq_2dt =

   -4.3091

d2q_2dt =

 -103.1048

q_T0 =

    1.0329

dq_T0 =

   12.0118

d2q_T0 =

  -45.1299
```

2.Résolution avec un schéma de NEWMARK implicite

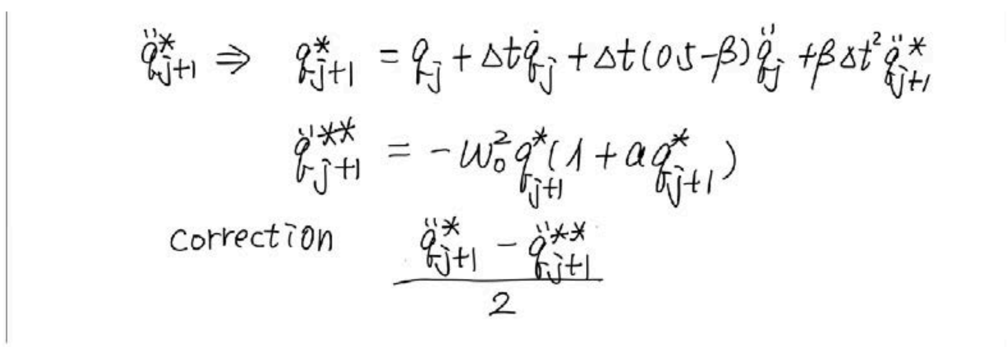
```
gamma=0.5; beta=0.25;
```

2.1)

On doit chercher à minimiser la différence entre la valeur estimée de d2q et la valeur calculée par l'équation(2)---la valeur absolue du résidu

2.2)

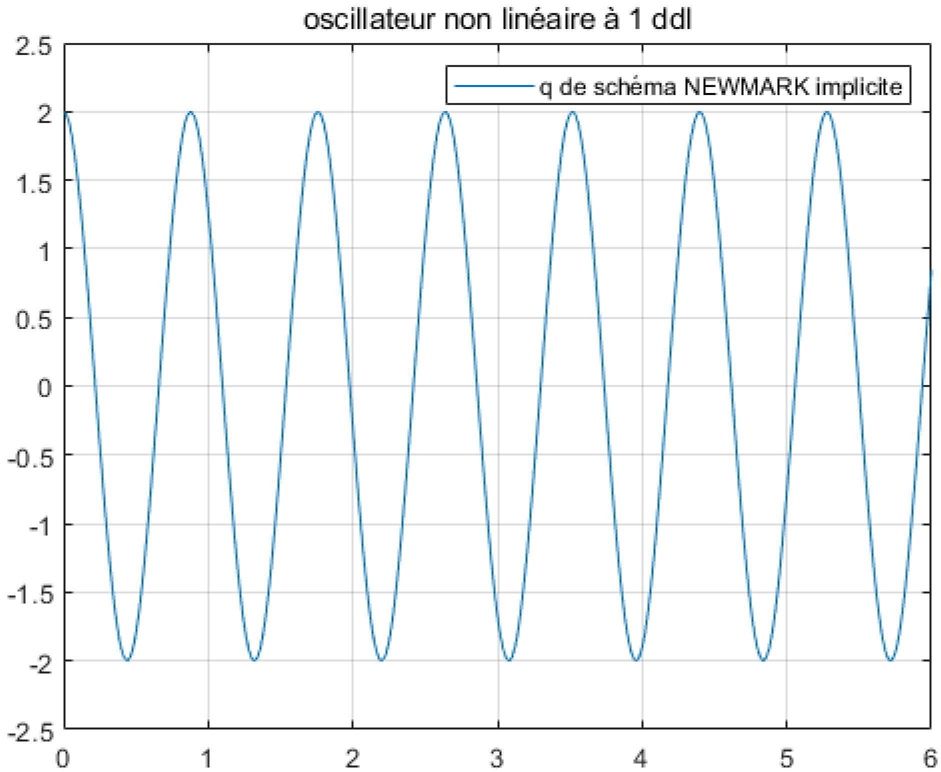
```
photo=imread('image_20200329221227.jpg');
imshow(photo)
```



2.3)

```
close all
dt=0.02;
t=0:dt:T0;
qimp=[];
dqimp=[];
d2qimp=[];
qimp(1)=q0;dqimp(1)=dq0;
d2qimp(1)=-w0^2*qimp(1)*(1+a*qimp(1)*qimp(1));
for j=1:length(t)
    d2qimp(j+1)=0;
    valeur_residu=0;
    temp=0;
    while(1)
       d2qimp(j+1)=d2qimp(j+1)-valeur_residu/2;
       %dq(j+1)=dq(j)+dt*0.5*d2q(j)+0.5*dt*dt*d2q(j+1);
       qimp(j
+1)=qimp(j)+dt*dqimp(j)+dt*dt*0.25*d2qimp(j)+0.25*dt*dt*d2qimp(j+1);
       temp=-w0*w0*qimp(j+1)*(1+a*qimp(j+1)*qimp(j+1));
       valeur_residu=d2qimp(j+1)-temp;
       if abs(valeur_residu)>0.01
```

```
            continue
        else
            break
        end
     end
   qimp(j
+1)=qimp(j)+dt*dqimp(j)+dt*dt*0.25*d2qimp(j)+0.25*dt*dt*d2qimp(j+1);
   dqimp(j+1)=dqimp(j)+dt*0.5*d2qimp(j)+0.5*dt*d2qimp(j+1);
end
qimp(length(t)+1)=[];
dqimp(length(t)+1)=[];
d2qimp(length(t)+1)=[];
plot(t,qimp)
grid on
title('oscillateur non linéaire à 1 ddl')
legend('q de schéma NEWMARK implicite')
```



2.4)

q(t),dq(t),d2q(t) pour le schéma NEWMARK implicite t=0s

```
q0=qimp(1)
dq0=dqimp(1)
d2q0=d2qimp(1)
% t=dt
q_dt=qimp(2)
```

```
dq_dt=dqimp(2)
d2q_dt=d2qimp(2)
% t=2*dt
q_2dt=qimp(3)
dq_2dt=dqimp(3)
d2q_2dt=d2qimp(3)
% t=T0
q_T0=qimp(301)
dq_T0=dqimp(301)
d2q_T0=d2qimp(301)
```

```
q0 =

     2


dq0 =

     0


d2q0 =

 -110.5396


q_dt =

    1.9781


dq_dt =

   -2.1918


d2q_dt =

 -108.6413


q_2dt =

    1.9131


dq_2dt =

   -4.3098


d2q_2dt =
```

```
 -103.1599


q_T0 =

    0.8458


dq_T0 =

   12.6671


d2q_T0 =

  -35.7715
```

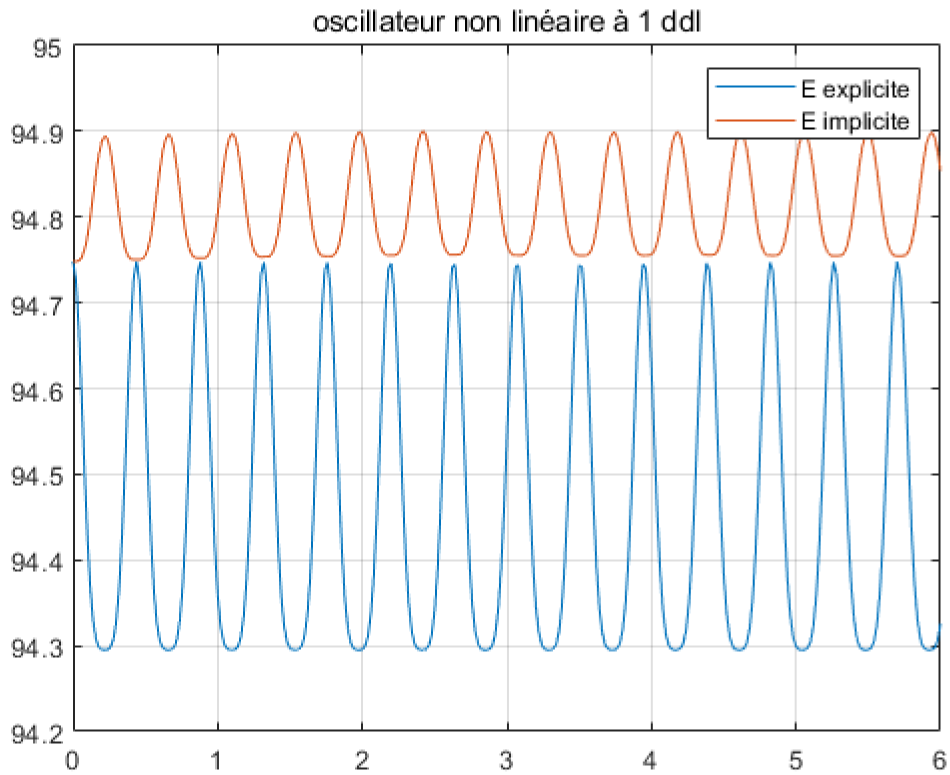
3.Energie mécanique

3.1)

L'énergie mécanique est définie par la somme de l'énergie élastique et l'énerigie cinétique.

3.2)

```
Eexp=[];Eimp=[];
for j=1:length(t)

 Eexp(j)=0.5*w0*w0*qexp(j)*qexp(j)+0.25*w0*w0*a*qexp(j)^4+0.5*dqexp(j)^2;

 Eimp(j)=0.5*w0*w0*qimp(j)*qimp(j)+0.25*w0*w0*a*qimp(j)^4+0.5*dqimp(j)^2;
end
clf;
plot(t,Eexp)
hold on
plot(t,Eimp)
grid on
title('oscillateur non linéaire à 1 ddl')
legend('E explicite','E implicite')
```



3.3)

On observe que l'énergie mécanique oscille périodiquement aussi.

Published with MATLAB® R2019a