Oscillateur non lineaire a un degre de liberte

Romain SY1924123

1.1

Par le schemas de NEWMARK et l'equation, $\beta = 0$ $\gamma = 0.5$, on peut obtenir la relation entre les valeurs :

$$\ddot{q_j} = -\omega_0^2 q_j (1 + a q_j^2)$$
$$q_{j+1} = q_j + dt\dot{q_j} + 0.5dt^2\ddot{q_j}$$
$$\ddot{q_{j+1}} = -\omega_0^2 q_{j+1}(1 + a q_{j+1}^2)$$
$$\dot{q_{j+1}} = \dot{q_j} + 0.5dt\ddot{q_j} + 0.5dt\ddot{q_{j+1}}$$

1.2 et 1.3

Et puis on programme cette resolution avec un schema de NEWMARK explicite et determine les valeurs de t egales a 0s, dt, 2*dt, et T0 :

```
dt = 0.02;
T0 = 6;
q0 = 2;
dq0 = 0;
omega0 = 2*pi;
a = 0.1;

beta = 0;
gamma = 0.5;

q = zeros(1, T0/dt +1);
dq = zeros(1, T0/dt +1);
ddq = zeros(1, T0/dt +1);

q(1) = q0;
dq(1) = dq0;
ddq(1) = -omega0^2 * q(1) * (1 + a * q(1)^2);

for i = 2: (T0/dt + 1)
    q(i) = q(i-1) + dt * dq(i-1) + dt^2 * (0.5-beta) * ddq(i-1);
    ddq(i) = -omega0^2*q(i) * (1 + a * q(i)^2);
    dq(i) = dq(i-1) + dt*(1-gamma)*ddq(i-1) + gamma * dt * ddq(i);
end
```

Et enfin le resultats sont :

```
q(0)

ans =

     2

q(dt)

ans =

   1.9779e+00

q(2*dt)

ans =

   1.9123e+00

q(T0)

ans =

   1.0329e+00
```

2.1

On utilise le schema de NEWMARK implicite, et on a β = 0.25 γ = 0.5. On cherche à minimiser l'errer entre les valeurs estimées et celles exactes.

2.2

L'expression analytique de la correction est comme au-dessous :

$$\Delta \ddot{q}_{j+1} = -\frac{f\left(\ddot{q}_{j+1}^{*} + \dot{q}_{j+1}^{*} + q_{j+1}^{*}\right)}{\frac{\partial f}{\partial q_{j+1}^{*}} 0.25dt^{2} + \frac{\partial f}{\partial \ddot{q}_{j+1}^{*}}} = -\frac{\ddot{q}_{j+1}^{*} + \omega_0^2 q_{j+1}^{*}\left(1 + a {q_{j+1}^{*}}^{2}\right)}{0.25dt^{2}\omega_0^2\left(1 + 3a {q_{j+1}^{*}}^{2}\right) + 1}$$

Avec :

$$\Delta q_{j+1} = 0.25dt^{2}\Delta \ddot{q}_{j+1}$$

$$\Delta \dot{q}_{j+1} = 0.5dt\Delta \ddot{q}_{j+1}$$

2.3 et 2.4 Et je programme la resolution de l'equation

```
dt = 0.02;
T0 = 6;
q0 = 2;
dq0 = 0;
omega0 = 2*pi;
a = 0.1;
beta = 0.25;
gamma = 0.5;
q = zeros(1, T0/dt +1);
dq = zeros(1, T0/dt +1);
ddq = zeros(1, T0/dt +1);

q(1) = q0;
dq(1) = dq0;
ddq(1) = -omega0^2 * q(1) * (1 + a * q(1)^2);

for i=2: T0/dt +1
    ddq(i) = 0;
    dq(i) = dq(i-1) + dt * (1 - gamma) * ddq(i-1);
    q(i) = q(i-1) + dt * dq(i-1) + dt^2 * (0.5 - beta) * ddq(i-1);

    while abs(ddq(i) + omega0^2*q(i)*(1 + a * q(i)^2))>0.1
        ddq1 = (-ddq(i) - omega0^2 * q(i) * (1 + a * q(i)^2)) / (0.25*dt^2*omega0^2*(1 + 3*a*q(i)^2)+1);
        dq1 = gamma * dt * ddq1;
        q1 = beta * dt^2 * ddq1;

        q(i) = q(i) + q1;
        dq(i) = dq(i) + dq1;
        ddq(i) = ddq(i) + ddq1;
    end
end
```

Et les resultats sont au-dessous,

```
q(0)

ans =

     2

q(dt)

ans =

   1.9781e+00

q(2*dt)

ans =

   1.9131e+00

q(T0)

ans =

   8.4924e-01
```

3.1 On peut obtenir l’energie cinétique : $E_c = \frac{m\dot{q}^2}{2}$

Et pout l'energie potentielle : $E_p = k * \frac{q^2}{2} + k * q^4/4$

En totale , on a l'energie mécanique : $E = E_c + E_p = k * \frac{q^2}{2} + k * q^4/4 + \frac{m\dot{q}^2}{2}$

Car on ne sait pas de masse et k, je suppose $E1$ qui est l'énergie mécanique par masse,

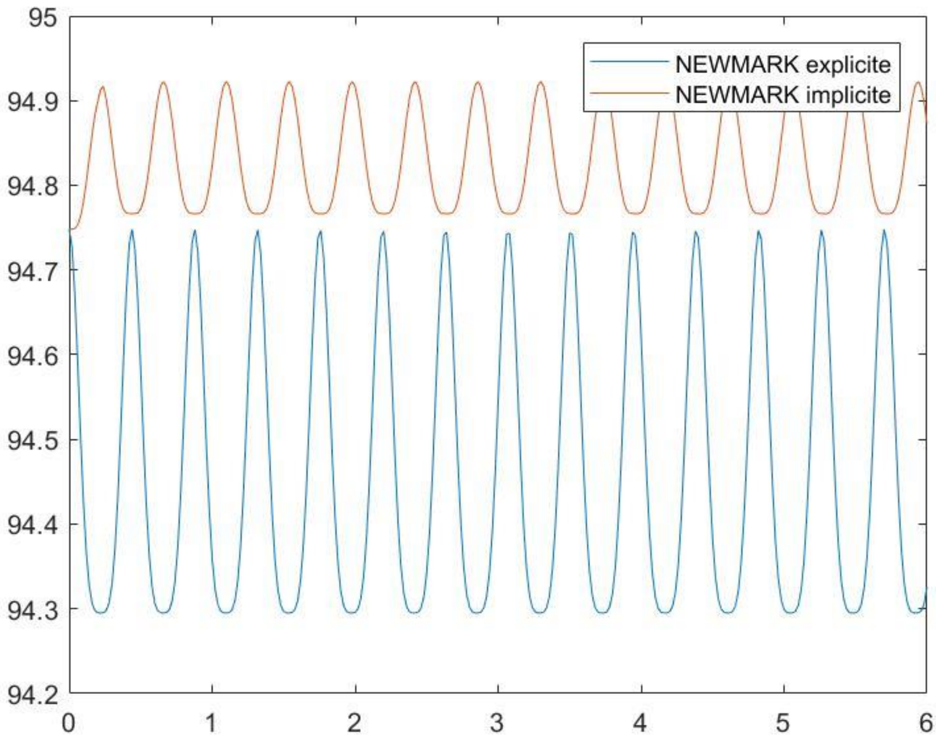
$$E1 = \omega_0^2\left(\frac{q^2}{2} + q^4/4\right) + \frac{\dot{q}^2}{2}$$

3.2 et 3.3

On fait le programme est comme au-dessous :

```
E2 = omega0^2.*q.^2./2 + omega0^2.*a.*q.^4/4 + dq.^2/2;
```

Et quand dt=0.02, on a le figure au-dessous :



On sait que l'énergie total est une constant, et NEWMARK implicite est plus précis que l'autre.