Partie 3

3.1 En changeant y(j+1) on obtient Euler implicite :

```
%Euler implicite
 syms y Y YY y0 Y0 w T E
for j=1:10
     y(1)=y0
     Y(1)=Y0
     YY(1)=-w^2*y0
     y(j+1)=(y(j)+T*Y(j))/(1+w^2*T^2)
     Y(j+1)=Y(j)+T*YY(j)
     YY(j+1)=-w^2*y(j+1)
end
```

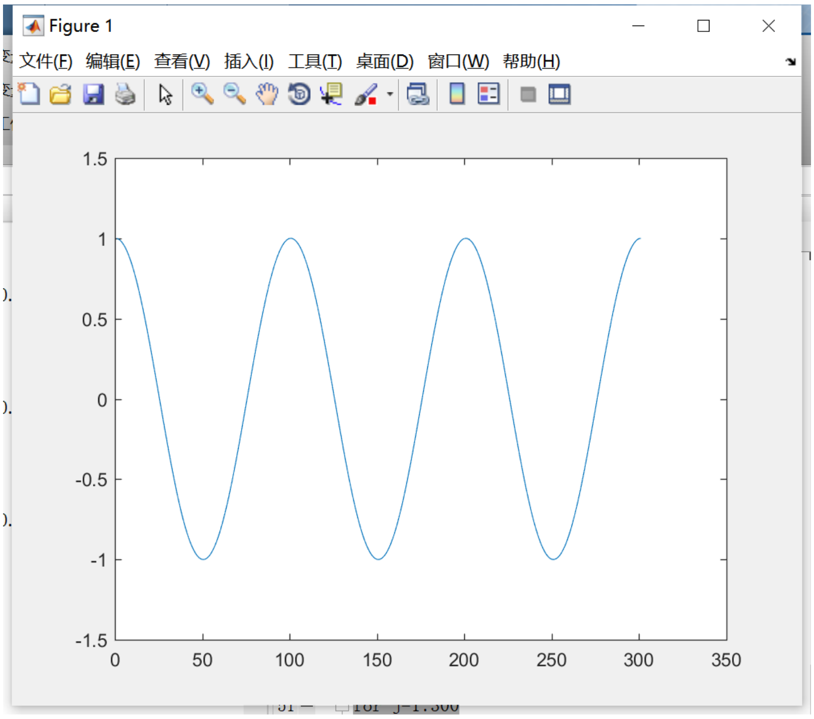
Le résultat est long comme le suivant :

```
y =

[ y0, (y0 + T*Y0)/(T^2*w^2 + 1), (T*(- T*y0*w^2 + Y0) + (y0 + T*Y0)/(T^2*w^2 + 1))/(T^2*w^2 + 1), ((T*(- T*y0*w^2 + Y0) + (y0 + T*Y0)/(T^2*w^2 + 1))/(T^2*w^2


Y =

[ Y0, - T*y0*w^2 + Y0, Y0 - T*w^2*y0 - (T*w^2*(y0 + T*Y0))/(T^2*w^2 + 1), Y0 - T*w^2*y0 - (T*w^2*(y0 + T*Y0))/(T^2*w^2 + 1) - (T*w^2*(T*(- T*y0*w^2 + Y0) + (y


YY =

[ -w^2*y0, -(w^2*(y0 + T*Y0))/(T^2*w^2 + 1), -(w^2*(T*(- T*y0*w^2 + Y0) + (y0 + T*Y0)/(T^2*w^2 + 1)))/(T^2*w^2 + 1), -(w^2*((T*(- T*y0*w^2 + Y0) + (y0 + T*Y0)
```

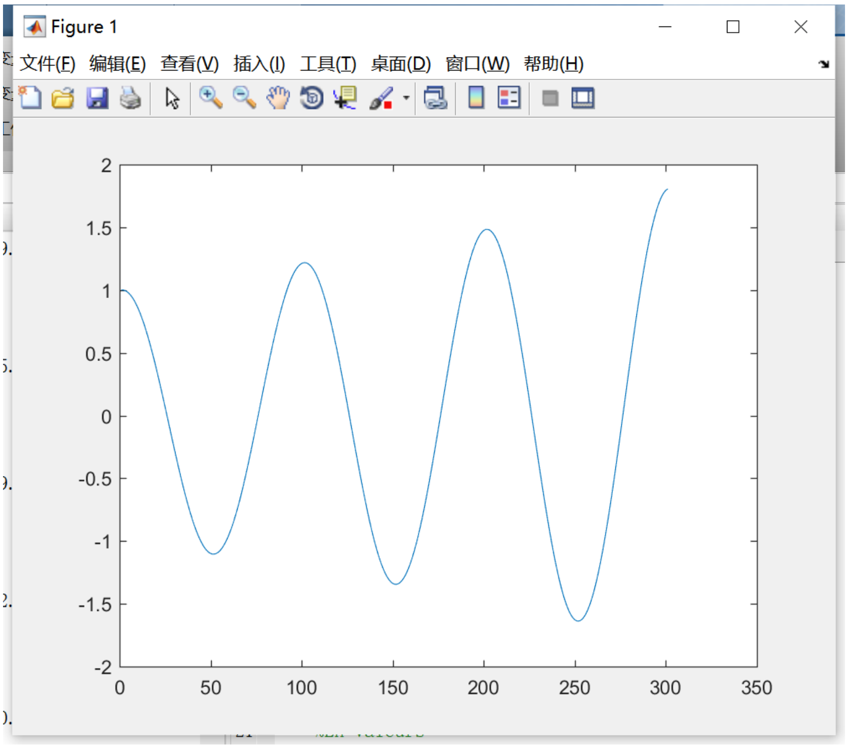
3.2 Quand T=0.01 :

```
for j=1:300
     yim(1)=1
     Y(1)=0
     w=2*pi
     T=0.01
     YY(1)=-w^2*1
     yim(j+1)=(yim(j)+T*Y(j))/(1+w^2*T^2)
     Y(j+1)=Y(j)+T*YY(j)
     YY(j+1)=-w^2*yim(j+1)
end
```

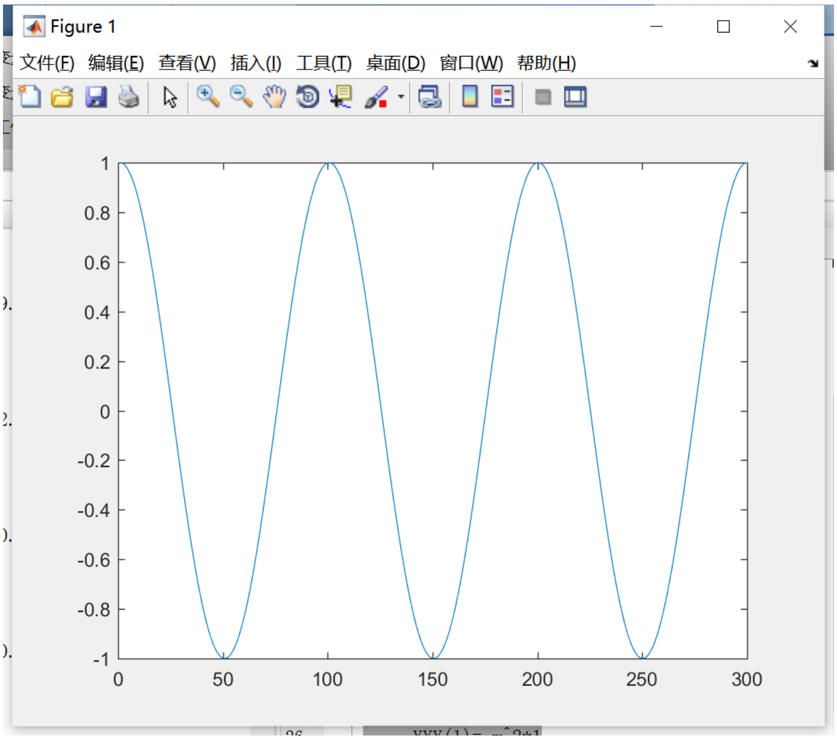
Le figure d' Euler implicite :



Le figure d’ Euler explicite :

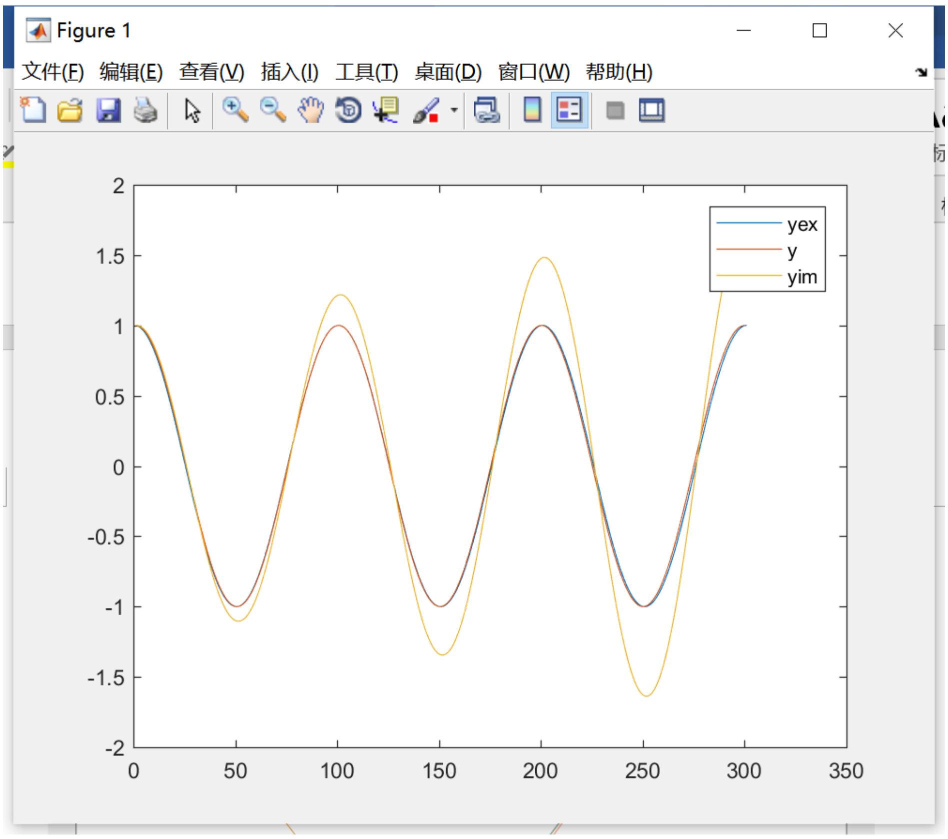


Le figure de solution exacte :



On trouve que la solution d’ Euler implicite ressemble beaucoup à la solution exacte.

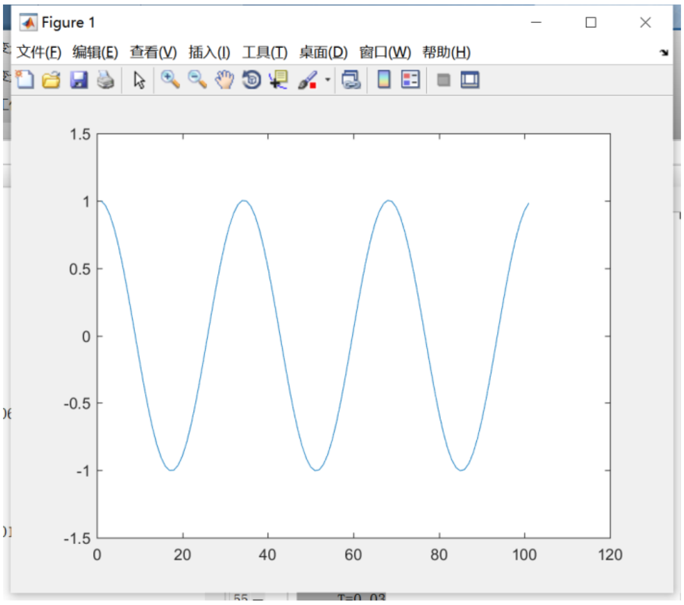
On voit plus clairement dans la figure ensemble ci-dessous :



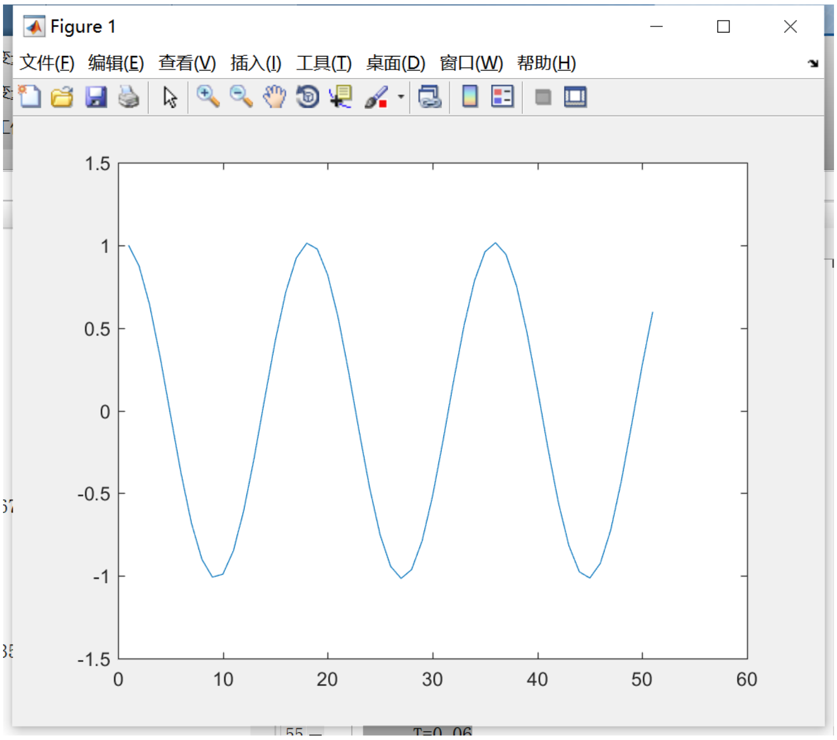
y : solution exacte ; yex : Euler explicite ; yim : Euler implicite

On trouve que y et yim superpose bien mais il y a une grande différence entre yex et y, ça implique que c' est une fasse solution et de plus, il diverge lentement. Et Euler implicite est Une bonne solution.

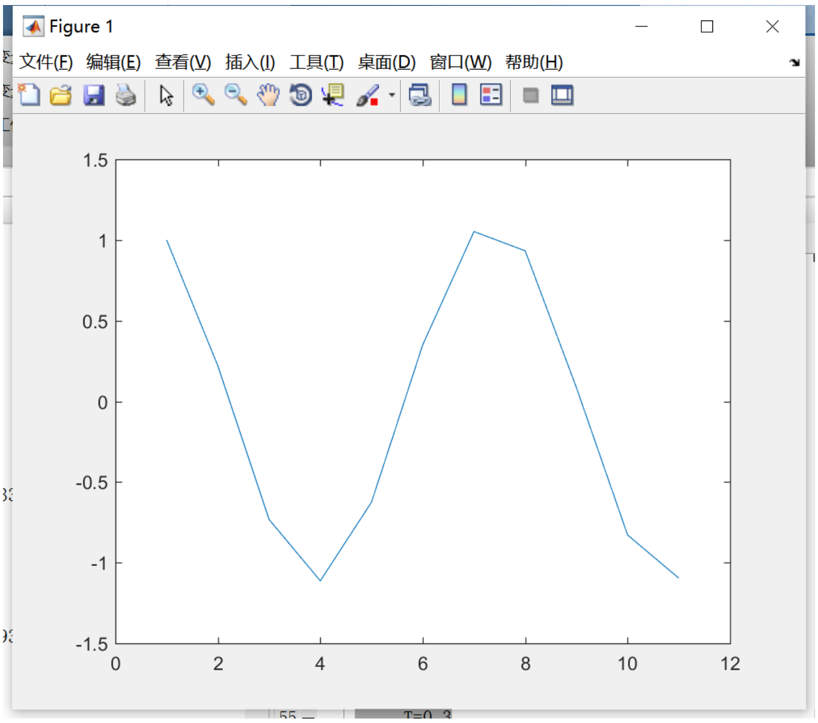
3.3 Pour le pas T=0.03, j=1 :100, on trouve qu' il y a un peu amortissement autour de pic.



Pour le pas T=0.06, j=1 :50, on trouve qu' il y a un amortissement clair au pic.



Pour le pas T=0.3, j=1 :10, on trouve qu’ il y a un grand amortissement et le figure est faux.



Donc on obtient le résultat que : plus le pas de temps Δt est petit, plus l’ atténuation des oscillations est faible.

3.4 Pour Euler explicite, on ne peut pas voir sa tendance. Pour Euler implicite, je trouve que E diminue vers 19.7392 et je pense que quand j augmente encore et T encore diminue, E va rapprocher et converger vers sa valeur exacte, 19.7392. On trouve que pour la valeur de E, Euler implicite est le plus proche de la valeur exacte. Donc c’ est la schéma solution parmi les deux. Et pour Euler explicite, on ne peut pas voir sa tendance.

Le tableau de ces trois schémas est le suivant :

T	E explicite	E implicite	E exacte
0.3	7.56e+07	10.64	19.7392
0.006	1.52e+04	19.55	
0.03	648.07	20.87	
0.01	64.37	19.78	
0.003	28.15	19.74	

3.5 On trouve que ses valeurs propres sont deux réels, Quand j’ essaye de résoudre(0.5*(5.3e7*T*(- 8.3e15*T^2 - 2.8e14)^(1/2) + 2.8e15*T^2 + 1.4e14))/(2.8e15*T^2 + 7.0e13)=1 ou =-1, c’ est-à-dire que ‘1-a*T=1’, je trouve que le résultat est 0. Je le vérifie, et c’ est correct. On sait tous les temps sont positives donc (0.5*(5.3e7*T*(- 8.3e15*T^2 - 2.8e14)^(1/2) + 2.8e15*T^2 + 1.4e14))/(2.8e15*T^2 + 7.0e13)<1 est toujours vrai.

```
>> aim=[1/(1+w^2*T^2) T/(1+w^2*T^2);-w^2*T 1];
  [m,n]=eig(aim)

n =

[ 70368744177664/(2778046668940015*T) - (35184372088832*(2778046668940015*T^2 + 2778046668940015^(1/2)*T*(- 8334140006820045*T^2 - 281474976710656)^(1/2)
[


n =

[ (2778046668940015*T^2 + 2778046668940015^(1/2)*T*(- 8334140006820045*T^2 - 281474976710656)^(1/2) + 140737488355328)/(2*(2778046668940015*T^2 + 70368744
[

>> vpa(n,2)

ans =

[ (0.5*(5.3e7*T*(- 8.3e15*T^2 - 2.8e14)^(1/2) + 2.8e15*T^2 + 1.4e14))/(2.8e15*T^2 + 7.0e13),
[                                                                                          0,  (0.5*(2.8e15*T^2 - 5.3e7*T*(- 8.3e15*T^2 - 2.8e14)^(1/2) + 1.
```

```
>> solve('(0.5*(5.3e7*T*(- 8.3e15*T^2 - 2.8e14)^(1/2) + 2.8e15*T^2 + 1.4e14
警告: Support of character vectors that are not valid variable names or
define a number will be removed in a future release. To create symbolic
expressions, first create symbolic variables and then use operations on
them.
> In sym>convertExpression (line 1586)
  In sym>convertChar (line 1491)
  In sym>tomupad (line 1243)
  In sym (line 199)
  In solve>getEqns (line 406)
  In solve (line 226)
警告: Do not specify equations and variables as character vectors.
Instead, create symbolic variables with syms.
> In solve>getEqns (line 446)
  In solve (line 226)

ans =

                              0
 (21808290^(1/2)*53i)/1557735

>> solve('(0.5*(2.8e15*T^2 - 5.3e7*T*(- 8.3e15*T^2 - 2.8e14)^(1/2) +
警告: Support of character vectors that are not valid variable names
create symbolic variables and then use operations on them.
> In sym>convertExpression (line 1586)
  In sym>convertChar (line 1491)
  In sym>tomupad (line 1243)
  In sym (line 199)
  In solve>getEqns (line 406)
  In solve (line 226)
警告: Do not specify equations and variables as character vectors. In
> In solve>getEqns (line 446)
  In solve (line 226)

ans =

                               0
 -(21808290^(1/2)*53i)/1557735
```

Et pour (0.5*(2.8e15*T^2 - 5.3e7*T*(- 8.3e15*T^2 - 2.8e14)^(1/2) + 1.4e14))/(2.8e15*T^2 + 7.0e13)=1 ou -1, on trouve que le résultat est complexe, mais pour un temps T, il ne peut pas être un complexe, donc ce résultat n’a pas de sens, on ne le considère pas. En prenant le résultat avant, on sait que le temps convient toujours a la condition. Donc ce schéma est inconditionnellement convergent.

```
>> solve('(0.5*(5.3e7*T*(- 8.3e15*T^2 - 2.8e14)^(1/2) + 2.8e15*T^2 + 1.4e1
警告: Support of character vectors that are not valid variable names or
define a number will be removed in a future release. To create symbolic
expressions, first create symbolic variables and then use operations on
them.
> In sym>convertExpression (line 1586)
  In sym>convertChar (line 1491)
  In sym>tomupad (line 1243)
  In sym (line 199)
  In solve>getEqns (line 406)
  In solve (line 226)
警告: Do not specify equations and variables as character vectors.
Instead, create symbolic variables with syms.
> In solve>getEqns (line 446)
  In solve (line 226)

ans =

    ((371*3209^(1/2))/4693735 - 137263/4693735)^(1/2)
 -(- (371*3209^(1/2))/4693735 - 137263/4693735)^(1/2)

>> solve('(0.5*(2.8e15*T^2 - 5.3e7*T*(- 8.3e15*T^2 - 2.8e14)^(1/2) + 1.4e1
警告: Support of character vectors that are not valid variable names or def
create symbolic variables and then use operations on them.
> In sym>convertExpression (line 1586)
  In sym>convertChar (line 1491)
  In sym>tomupad (line 1243)
  In sym (line 199)
  In solve>getEqns (line 406)
  In solve (line 226)
警告: Do not specify equations and variables as character vectors. Instead,
> In solve>getEqns (line 446)
  In solve (line 226)

ans =

 (- (371*3209^(1/2))/4693735 - 137263/4693735)^(1/2)
  -((371*3209^(1/2))/4693735 - 137263/4693735)^(1/2)
```

Code de Matlab

```
%Euler implicite
  syms y Y YY y0 Y0 w T E
for j=1:10
          y(1)=y0
          Y(1)=Y0
          YY(1)=-w^2*y0
          y(j+1)=(y(j)+T*Y(j))/(1+w^2*T^2)
          Y(j+1)=Y(j)+T*YY(j)
          YY(j+1)=-w^2*y(j+1)
end

%En valeurs
syms y Y YY y0 Y0 w T E yim

for j=1:300
          yim(1)=1
          Y(1)=0
          w=2*pi
          T=0.01
          YY(1)=-w^2*1
          yim(j+1)=(yim(j)+T*Y(j))/(1+w^2*T^2)
          Y(j+1)=Y(j)+T*YY(j)
          YY(j+1)=-w^2*yim(j+1)
end
    plot(t,y)
    aim=[1/(1+w^2*T^2) T/(1+w^2*T^2);-w^2*T 1]
    [m,n]=eig(aim)
    abs(n)
```