Oscillateur non linéaire à un degré de liberté

1.1 Les relations sont les suivants :

$$\ddot{q}_j = -\omega_0^2 q_j(1 + aq_j^2)$$

$$q_{j+1} = q_j + dt\dot{q}_j + 0.5dt^2\ddot{q}_j$$

$$\ddot{q}_{j+1} = -\omega_0^2 q_{j+1}(1 + aq_{j+1}^2)$$

$$\dot{q}_{j+1} = \dot{q}_j + 0.5dt\ddot{q}_j + 0.5dt\ddot{q}_{j+1}$$

1.2 Le programme de Matlab est le suivant :

```
dt1 = 0.02;
t1 = (0:dt1:6)';
np1 = size(t1,1);
syms q dq t;
a = 0.1;w0= 2*pi;
q(1) = 2;
dq(1) = 0;
ddq(1) = -w0^2*q(1)*(1+a*q(1)^2)
for inc = 2 : np1
ddq(inc-1) = -w0^2*q(inc-1)*(1+a*q(inc-1)^2)
q(inc) = q(inc-1) + dt1 * dq(inc-1)+ dt1*dt1*0.5*ddq(inc-1)
ddq(inc) = -w0^2*q(inc)*(1+a*q(inc)^2)
dq(inc) = dq(inc-1) +0.5*dt1*ddq(inc)+0.5*dt1*dq(inc-1)
q=vpa(q,6)
dq=vpa(dq,6)
ddq=vpa(ddq,6)
end
```

1.3 Quand t=0s, on obtient le résultat directement par le sujet : q(0)=2

Pour t=dt et 2dt, j' établis que la circulation finit à 0.04s :

```
dt1 = 0.02;
t1 = (0:dt1:0.04)';
```

Le résultat est comme le suivant, dans [···], les premiers nombres sont les valeurs de t=0s, les deuxièmes sont celles de t=0.02s, et les troisièmes sont celles de t=0.04s.

```
q =

[ 2.0, 1.97789, 1.93444]
```

Pour t=T0, j' établis que la circulation finit à 6s, le résultat est comme le suivant :

```
>> vpa(q(301),6)

ans =

0.486062
```

2.1 On cherche à minimiser l' errer entre les valeurs estimées et celles exactes.

2.2 L' expression analytique de la correction est le suivant :

$$\Delta\ddot{q}_{j+1} = -\frac{f\left(\ddot{q}_{j+1}^* + \dot{q}_{j+1}^* + q_{j+1}^*\right)}{\frac{\partial f}{\partial q_{j+1}^*}0.25dt^2 + \frac{\partial f}{\partial \ddot{q}_{j+1}^*}} = -\frac{\ddot{q}_{j+1}^* + \omega_0^2 q_{j+1}^*\left(1 + a{q_{j+1}^*}^2\right)}{0.25dt^2\omega_0^2\left(1 + 3a{q_{j+1}^*}^2\right) + 1}$$

$$\Delta q_{j+1} = 0.25dt^2\Delta\ddot{q}_{j+1}$$

$$\Delta\dot{q}_{j+1} = 0.5dt\Delta\ddot{q}_{j+1}$$

2.3 Le programme est le suivant :

```
dt1 = 0.02;
t1 = (0:dt1:6)';
np1 = size(t1,1);
syms q0 dq0 t q1 dq1;
a = 0.1;w0= 2*pi;
q0(1) = 2;
dq0(1) = 0;
ddq0(1) = vpa(-w0^2*q0(1)*(1+a*q0(1)^2))
for inc = 2 : np1
    ddq0(inc)=0;
    dq0(inc)=dq0(inc-1)+dt1*0.5*ddq0(inc-1);
    q0(inc)=q0(inc-1)+dt1*dq0(inc-1)+dt1^2*0.25*ddq0(inc-1);
while abs(ddq0(inc)+w0^2*q0(inc)*(1+a*q0(inc)^2))>0.00001
    ddq1(inc)=(-ddq0(inc)-w0^2*q0(inc)*(1+a*q0(inc)^2))/(0.25*dt1^2*w0^2*(1+3*a*q0(inc)^2)+1)
    q1(inc)=0.25*dt1^2*ddq1(inc)
    dq1(inc)=0.5*dt1*ddq1(inc)
    q0(inc)=q0(inc)+q1(inc)
    dq0(inc)=dq0(inc)+dq1(inc)
    ddq0(inc)=ddq0(inc)+ddq1(inc)
end
    q0=vpa(q0,5)
    dq0=vpa(dq0,5)
    ddq0=vpa(ddq0,5)
    E(inc)=w0^2*q0(inc)^2*(1+a*q0(inc)^2)+dq0(inc)^2/2
    E=vpa(E(inc),5)
end
```

2.4 Quand t=0s, on obtient le résultat directement par lire le sujet, q0=2.

Pour t=dt et 2dt, j' établis que la circulation finit à 0.04s. Le résultat est le suivant, dans [⋯], les premiers nombres sont les valeurs de t=0s, les deuxièmes sont celles de t=0.02s, et les troisièmes sont celles de t=0.04s.

```
q0 =

[ 2.0, 1.9781, 1.9131]
```

Pour t=6s, j' établis que la circulation finit à 6s, le résultat est le suivant :

```
>> vpa(q0(301),5)

ans =

0.8485
```

3.1 Energie cinétique : $E_c = \frac{m\dot{q}^2}{2}$

Energie potentielle : $E_p = Fq = \frac{1}{2}kq^2(1+\frac{1}{2}aq^2)$

Energie mécanique : $E = E_c + E_p = \frac{1}{2}kq^2(1+\frac{1}{2}aq^2) + \frac{m\dot{q}^2}{2}$

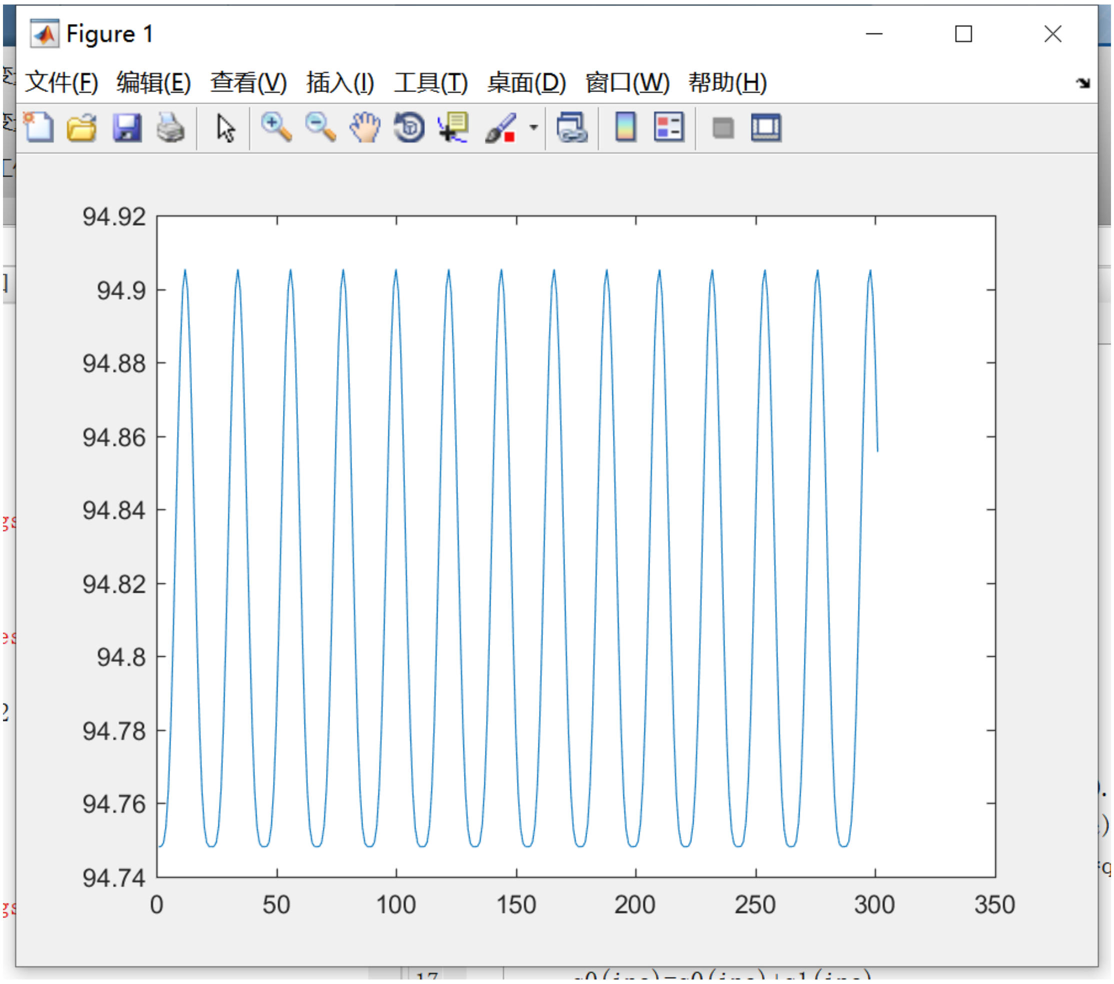
Pour calculer, je définie E^* qui est proportionnel à l' énergie mécanique E,

$$E^* = \frac{1}{2}\omega_0^2 q^2\left(1+\frac{1}{2}aq^2\right) + \frac{\dot{q}^2}{2}$$

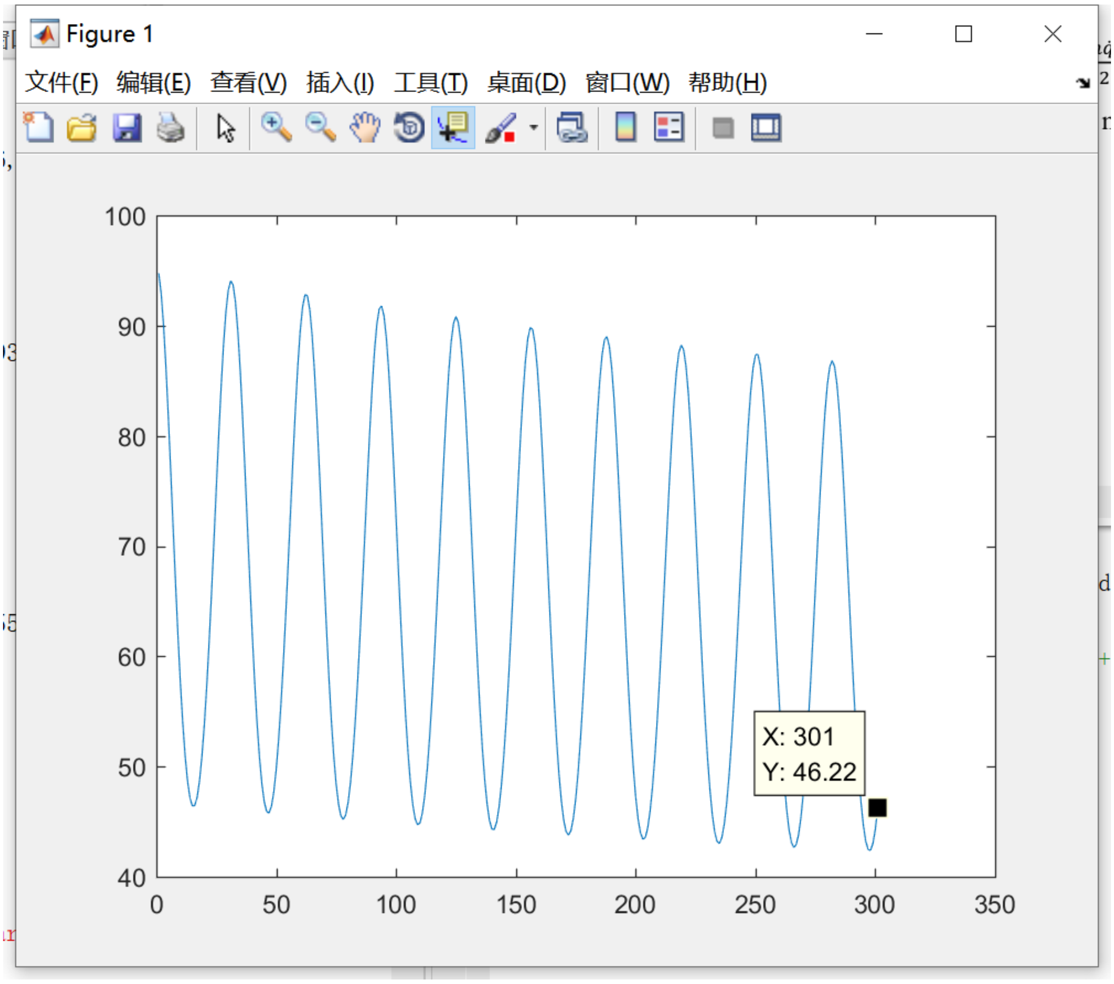
3.2 Le programme de NEWMARK explicite et implicite est le suivant :

E=w0ˆ2.*q.ˆ2*(1+(a.*q.ˆ2)/2)/2+dq.ˆ2/2

Quand t=0.02s, le résultat de NEWMARK implicite est le suivant :



Le résultat de NEWMARK explicite est le suivant :



On trouve que l’énergie de NEWMARK explicite ne conserve pas, il diminue un peu, mais l’énergie de NEWMARK implicite conserve, c’est presque un constant, donc NEWMARK implicite est plus précis que l’autre.