Rapport : Partie4

15241050 Mathis WangBingchen

Sujet1: Etude d’un oscillateur linéaire amorti à un degré de liberté

Q1.1

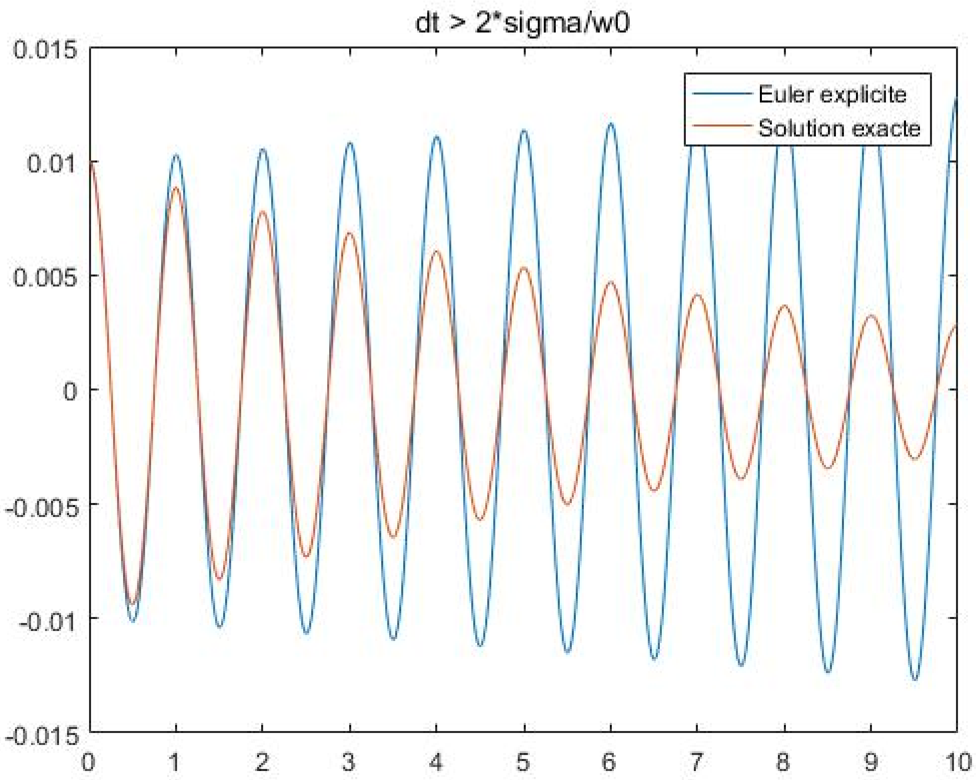
Etude d’un oscillateur lineaire amorti a un degre de liberte

```
clear all;



T0 = 1; w0 = 2*pi/T0; sigma = 0.02;

x0 = 0.01; dx0 = 0; omiga = w0*sqrt(1-sigma*sigma);
```

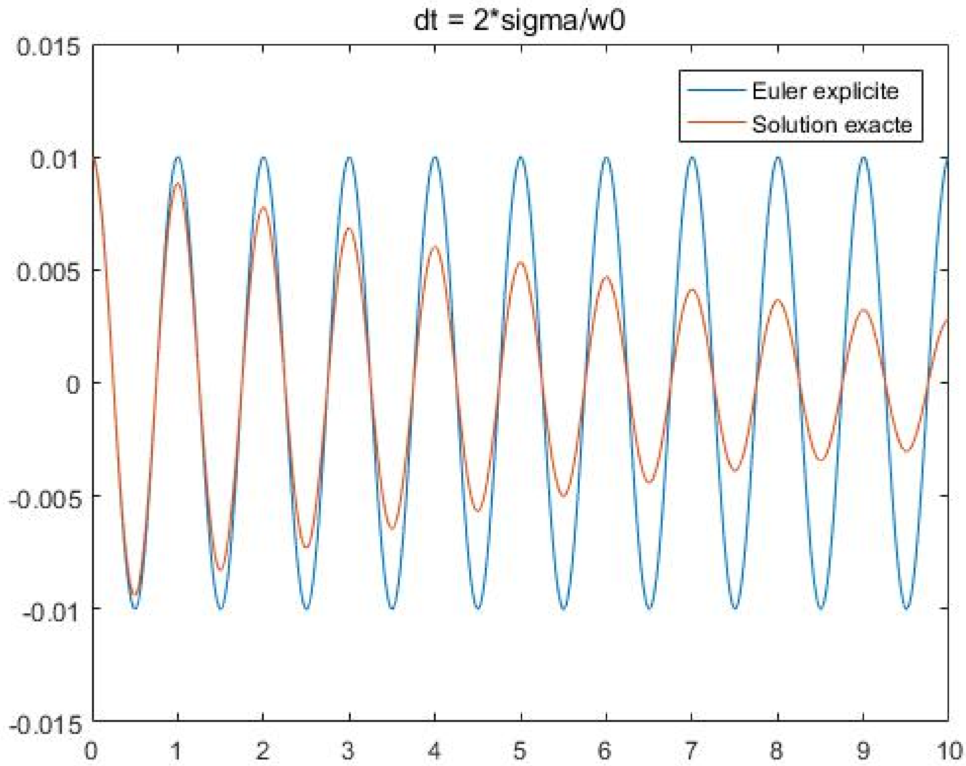
1.1abcd

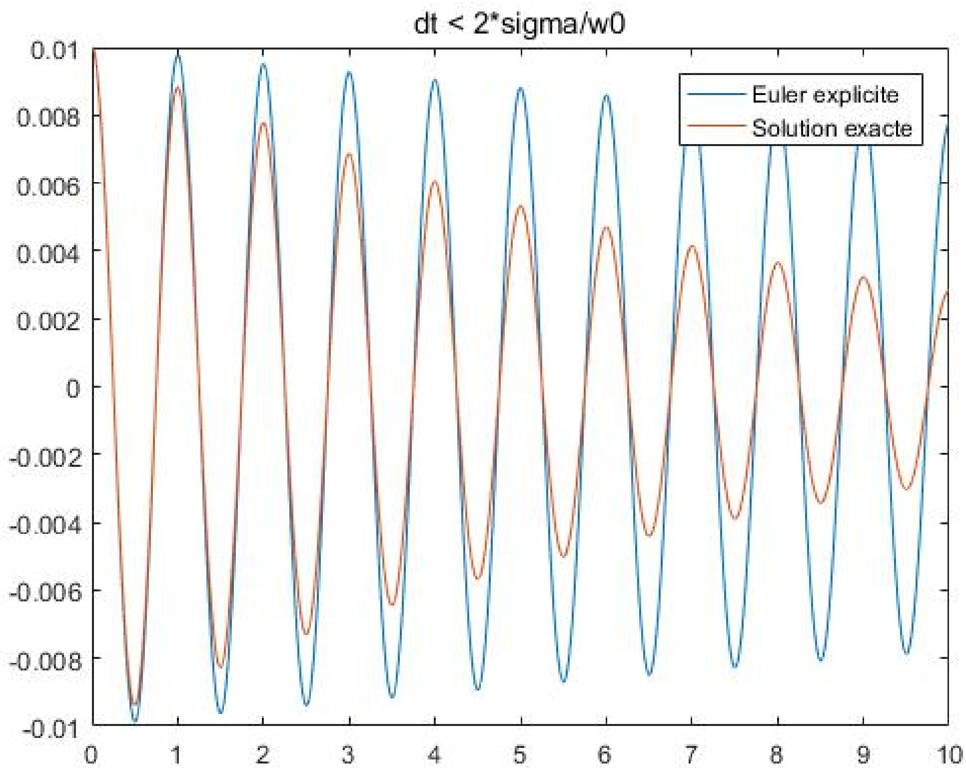
```
dt1 = (2*sigma/w0)*1.2;% dt1 = 2*sigma/w0;%dt1 = 0.8*2*sigma/w0;

U1(:,1) = [0.01;0];

A1 = [1,dt1;-w0*w0*dt1,1-2*sigma*w0*dt1];

t1 = 0:dt1:10*T0;for j = 2:length(t1)

    U1(:,j) = A1*U1(:,j-1);end;

clf;

plot(t1,U1(1,:))

hold on;

plot(t1,exp(-sigma*w0*t1).*(x0*cos(omiga*t1)+((x0*sigma*w0+dx0)/omiga)*sin(omiga*t1)))
```

```
title('dt > 2*sigma/w0');%title('dt = 2*sigma/w0');%title('dt < 2*sigma/w0')

legend('Euler explicite','Solution exacte')
```



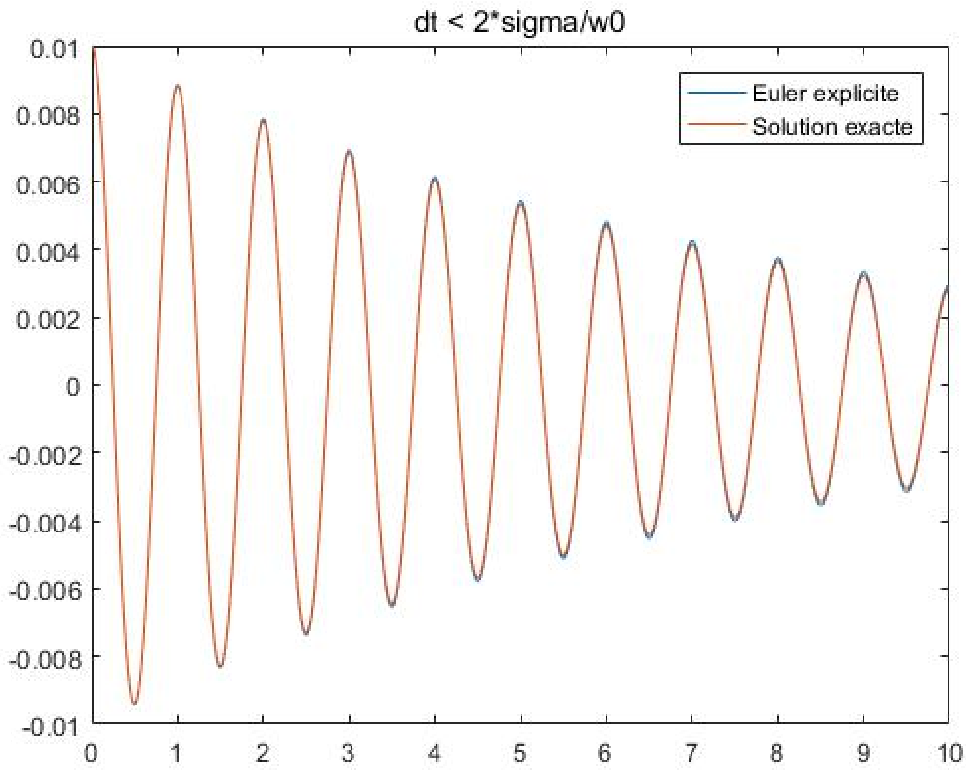
Ici on prend dt = 1.2*2*sigma/w0, et puis on reprend dt = 2*sigma/w0 et dt = 0.8*2*sigma/w0 et refait l'expérience , et on a obtenu les résultats aux dessous :





On trouve les figures au-dessus avec dt différents, si dt est supérieur à 2*sigma/w0,le résultat diverge ; si dt est inférieur à 2*sigma/w0, le résultat converge ; si dt est égale à 2*sigma, l'amplitude ne change pas.

Pour le résultat , il doit être précis en amplitude et en période , on essaie plusieurs fois avec rapport différente , et quand la rapport est 0.03, on voit que le résultat est précis suffisamment . La figure est au dessous :



Q1.2

1.2

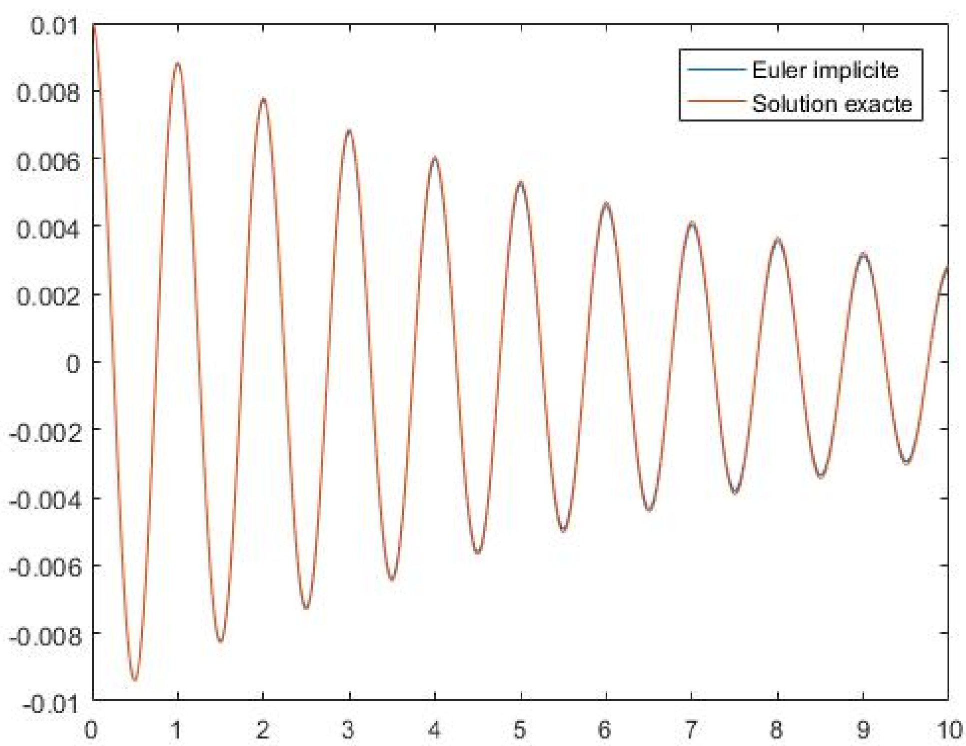
```
dt2 = 0.03*2*sigma/w0;

A2 = [1, -dt2;w0*w0*dt2,1+2*sigma*w0*dt2];

U2(:,1) = [x0;dx0];



t2 = 0:dt2:10*T0;for j = 1:length(t2)-1

    U2(:,j+1) = inv(A2)*U2(:,j);end

clf;

plot(t2, U2(1,:))
```

```
hold on;

plot(t2,exp(-sigma*w0*t2).*(x0*cos(omiga*t2)+((x0*sigma*w0+dx0)/omiga)*sin(omiga*t2)))

legend('Euler implicite', 'Solution exacte')

vps = eig(inv(A2))

mo = abs(vps)
```

```
vps =

   1.0000 + 0.0012i

   1.0000 - 0.0012i
```

```
mo =

     1.0000

     1.0000
```

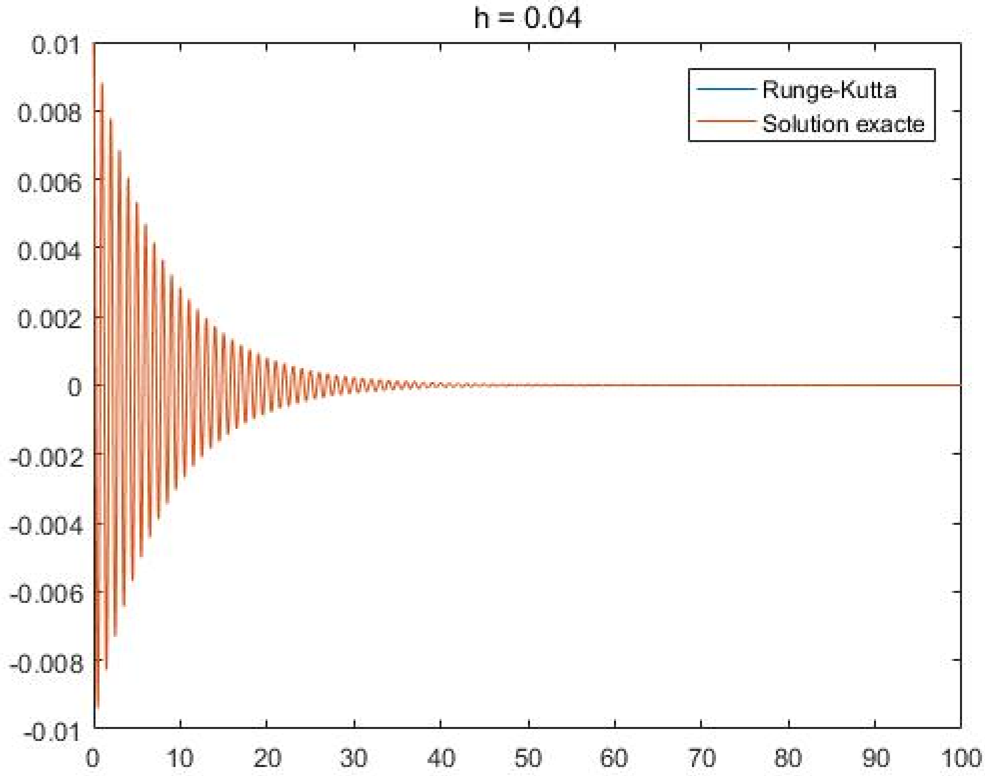
On voit que le module de valeur propre est 1. donc dt = 0.03*2*sigma /w0 est pas de temps critique .

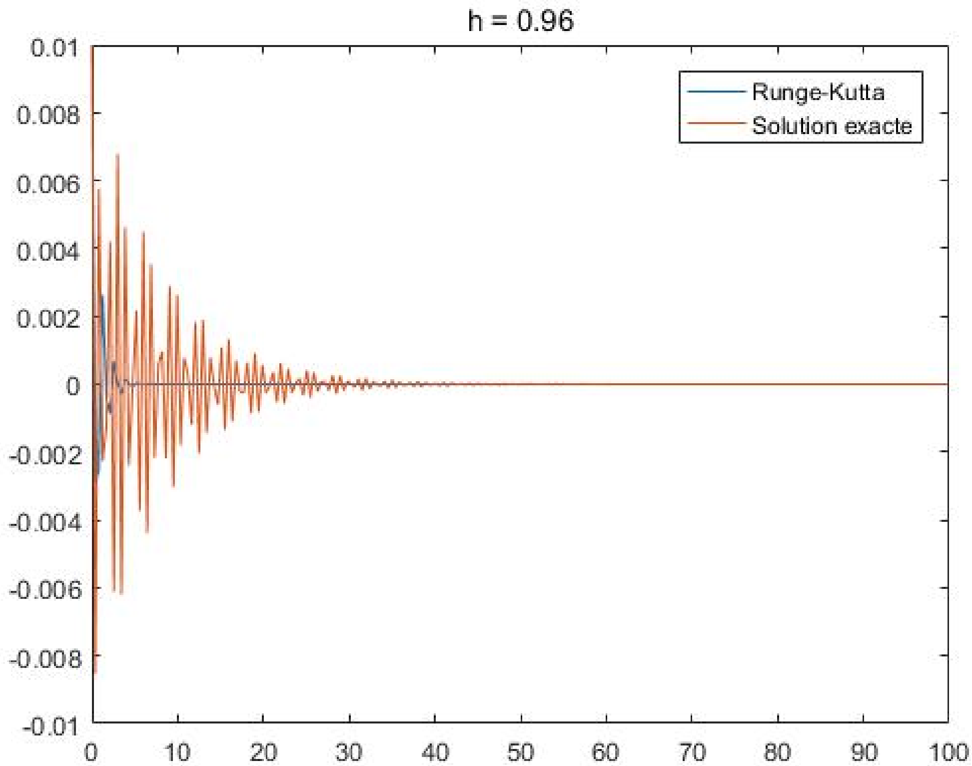


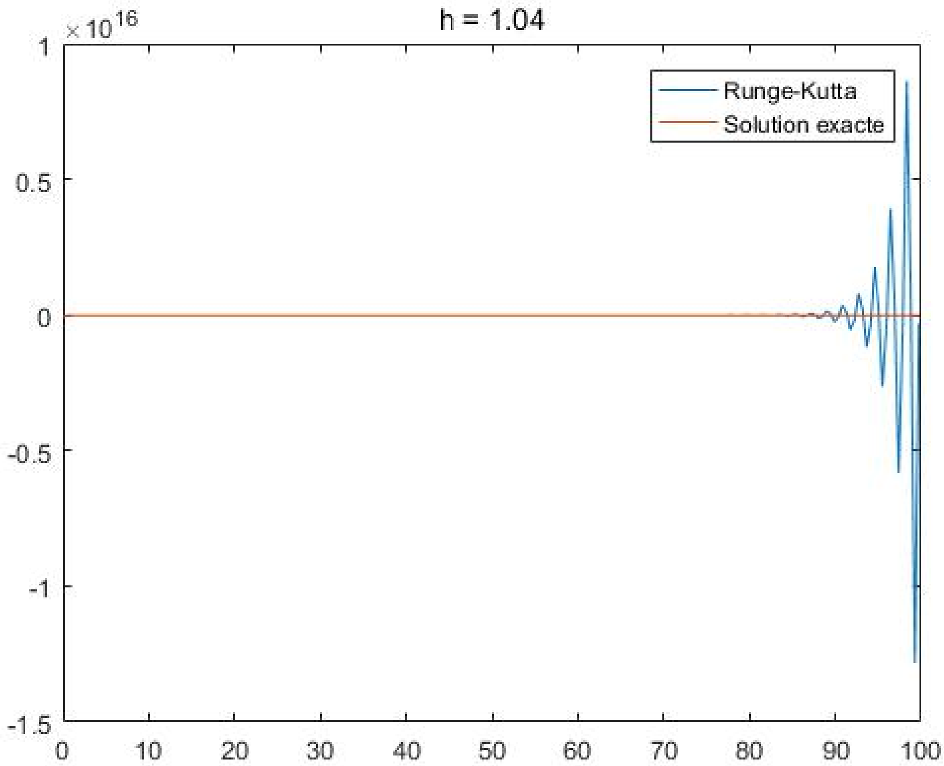
Q1.3

1.3

```
h = 0.04;

dt3 = h*2*sqrt(2)/w0;

t3 = 0:dt3:100*T0;

A3 = [0,1;-w0*w0,-2*sigma*w0];

U3(:,1) = [x0;dx0];for i=1:length(t3)-1

    k1=A3*U3(:,i);

    k2=A3*(U3(:,i)+0.5*dt3*k1);

    k3=A3*(U3(:,i)+0.5*dt3*k2);

    k4=A3*(U3(:,i)+dt3*k3);

    U3(:,i+1)=U3(:,i)+1/6*dt3*(k1+2*k2+2*k3+k4);end

clf;

plot(t3,U3(1,:))

hold on;

plot(t3,exp(-sigma*w0*t3).*(x0*cos(omiga*t3)+((x0*sigma*w0+dx0)/omiga)*sin(omiga*t3)))

title('h = 0.04')

legend('Runge-Kutta', 'Solution exacte')
```


h = 0.04
Runge-Kutta
Solution exacte
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0
-0.002
-0.004
-0.006
-0.008
-0.01
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100


h = 0.96
Runge-Kutta
Solution exacte
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0
-0.002
-0.004
-0.006
-0.008
-0.01
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100



Donc on trouve 0<h<1, le résultat est stable .

Sujet2: Etude d ' un double pendule avec l ' hypoth`ese des petits mouvements

Q1.1

Etude d'un double pendule avec l'hypothese des petits mouvements

```
clear all;close all; clc; format short e;

m = 2; a =0.5; g= 9.81; F0 = 20; w=2*pi; zeta10=0; zeta20=0;

dzeta10 = -1.31519275;dzeta20 = -1.85996342;

q0 = [zeta10;zeta20]; dq0 = [dzeta10;dzeta20];

T0 = 8;

w02 =inv([2,1;1,1])*m*g*a*[2,0;0,1]/(m*a*a);
```

```
f = F0*inv([2,1;1,1])*[a;a/sqrt(2)]/(m*a*a);




% dt = sym('dt','real');% ga = sym('ga','real');% be = sym('be','real');% w02 = sym('w02',[2,2]);

dt =  0.02

w02 = inv([2,1;1,1])*m*g*a*[2,0;0,1]/(m*a*a);

ga = 0.5;

be = 0;% dt = 0.244;

C = [[1,0;0,1]- dt*dt*(0.5 - be)*w02 , dt*[1,0;0,1] ; - (1 - ga) * dt* w02 , [1,0;0,1]]

B = [[1,0;0,1]+be*dt*dt*w02 , 0*[1,0;0,1] ; ga*dt*w02 ,[1,0;0,1]]

A = inv(B)* C

%vecteurs et valeurs propres

[z,d]=eig( (inv(B)) * C)

re = real(d)

im = imag(d)

mo=abs(d)% mo= simplify(mo)
```

Donc on peut obtenir la matrice d'amplification:

```
A =


   9.9215e-01   3.9240e-03   2.0000e-02            0

   7.8480e-03   9.9215e-01            0   2.0000e-02

  -7.8018e-01   3.8932e-01   9.9215e-01   3.9240e-03

   7.7864e-01  -7.8018e-01   7.8480e-03   9.9215e-01
```

Q1.2

On voit si dt<0.244, on a:

```
mo =

   1.0000e+00             0             0             0
            0    1.0000e+00             0             0
            0             0    1.0000e+00             0
            0             0             0    1.0000e+00
```

Donc le pas de temps critique est 0.244.

Q1.3

relation of q,Dq,D2q

D2q + w0*w0q = f*sin(w*t)

```
f = F0*inv([2,1;1,1])*[a;a/sqrt(2)]/(m*a*a);
```

Q1.4,1.5

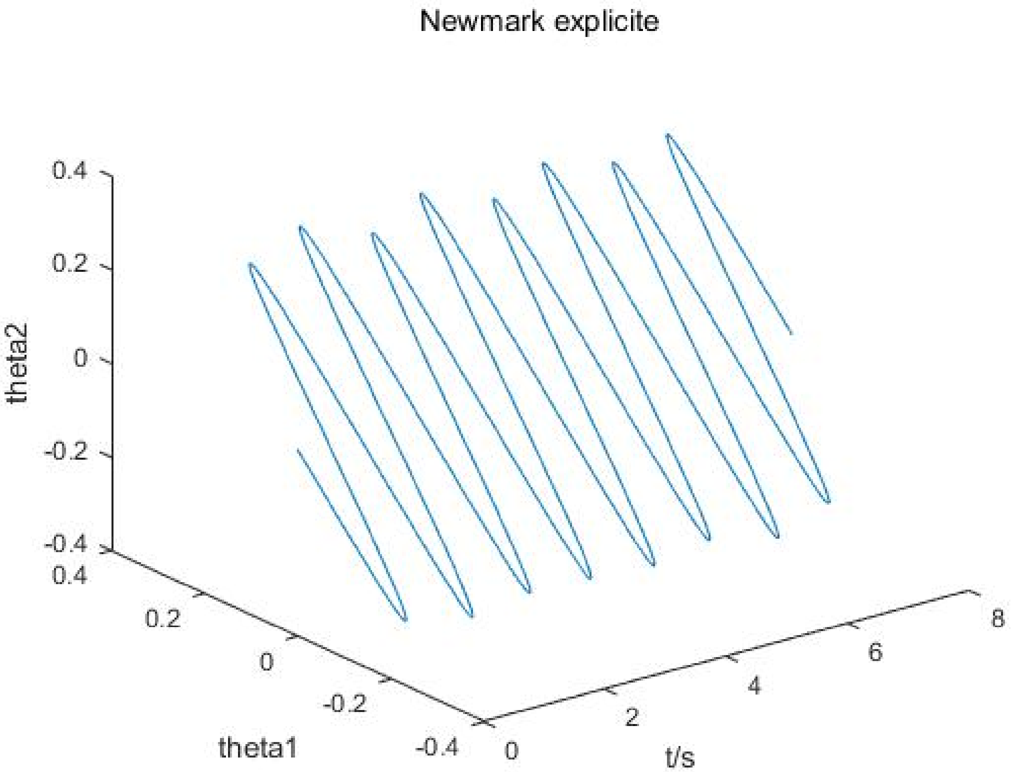
programme

```
dt = 0.02;
t = 0:dt:T0;

U(:,1)=[q0;dq0];for j = 2:length(t)
```

```
    F = [dt*dt*0.5*f*sin(w*(j-1)*dt);dt*f*sin(w*(j-1)*dt)];

    U(:,j) = A*U(:,j-1)+inv(B)*F;end

plot3(t,U(1,:),U(2,:))

xlabel('t/s');ylabel('zeta1');zlabel('zeta2')
```

tselected =

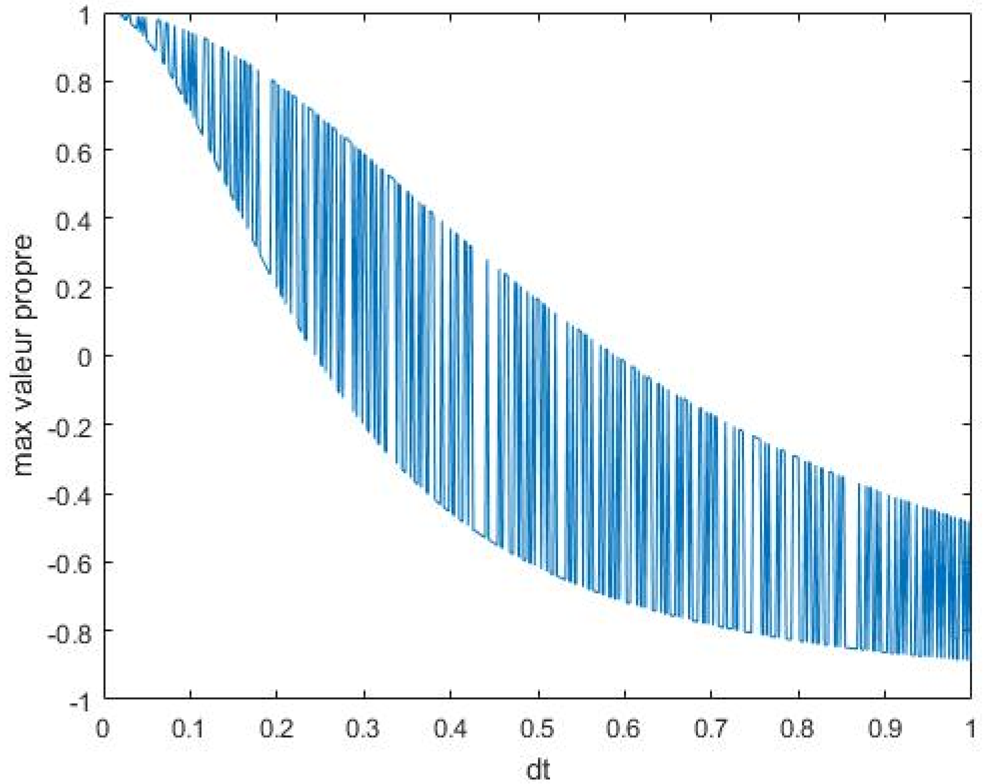
0	-2.6157e-02	-5.1756e-02	-1.4633e-02
0	-3.6992e-02	-7.3193e-02	-2.0695e-02
-1.3152e+00	-1.2975e+00	-1.2594e+00	1.2684e+00
-1.8600e+00	-1.8349e+00	-1.7811e+00	1.7937e+00



Q2

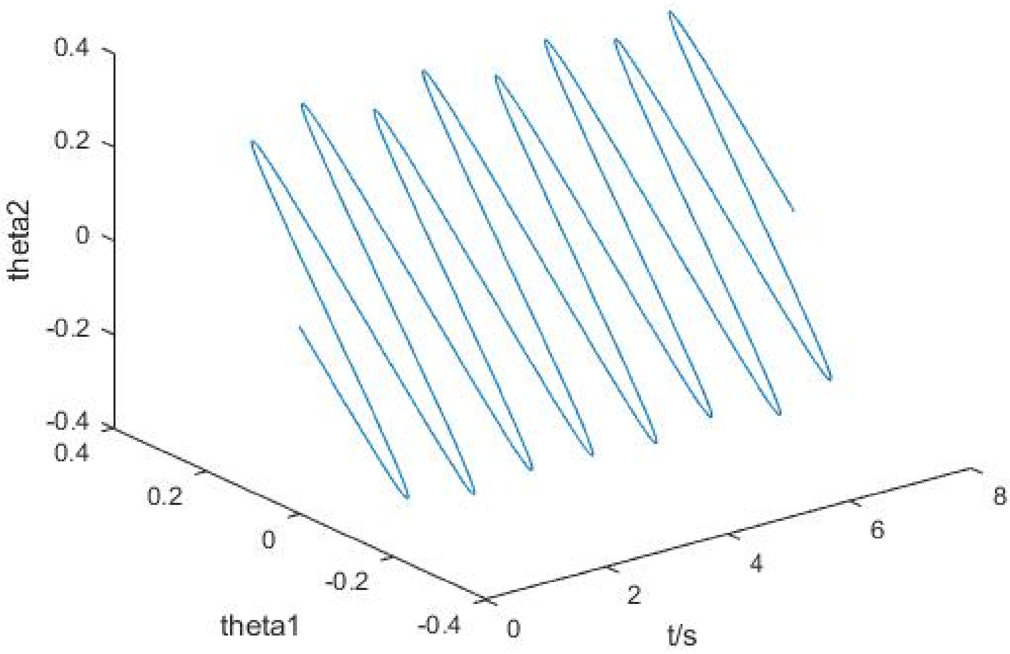
```
clear all;

m = 2; a =0.5; g= 9.81; F0 = 20; w=2*pi; zeta10=0; zeta20=0;
```

```
dzeta10 = -1.31519275;dzeta20 = -1.85996342;

q0 = [zeta10;zeta20]; dq0 = [dzeta10;dzeta20];

T0 = 8;

% D2q + w0*w0q = f*sin(w*t)

w02 =inv([2,1;1,1])*m*g*a*[2,0;0,1]/(m*a*a);

f = F0*inv([2,1;1,1])*[a;a/sqrt(2)]/(m*a*a);




ga = 0.5;

be = 0.25;

deltat = 0.02:0.002:1;

for j = 1:length(deltat)

    dt = deltat(j);



    C = [[1,0;0,1]- dt*dt*(0.5 - be)*w02 , dt*[1,0;0,1] ; - (1 - ga) * dt* w02 , [1,0;0,1]] ;

    B = [[1,0;0,1]+be*dt*dt*w02 , 0*[1,0;0,1] ; ga*dt*w02 ,[1,0;0,1]];

    A = inv(B)* C ;

    vp(:,j) = eig(A);

    vpmax(j) = real(max(vp(:,j)));end

plot(deltat,vpmax)

xlabel('dt')

ylabel('max valeur propre')
```



On voit que le valeur propre maximum bouge entre [-1, 1], donc le module de valeur propre de la matrice d’amplification est plus possible à inférieur à 1, le résultat ne diverge pas.

Newmark implicite



tselected =

0	-2.6127e-02	-5.1696e-02	-1.4780e-02
0	-3.6949e-02	-7.3110e-02	-2.0902e-02
-1.3152e+00	-1.2975e+00	-1.2594e+00	1.2678e+00
-1.8600e+00	-1.8350e+00	-1.7811e+00	1.7930e+00

Sujet3: oscillateur non linéaire à un degré de liberté

Q1

oscillateur non lineaire a un degre de liberte

```
clear all;



q0 = 2; dqe = 0;

w0 = 2*pi; a = 0.1;T0 = 6;m=1;
```

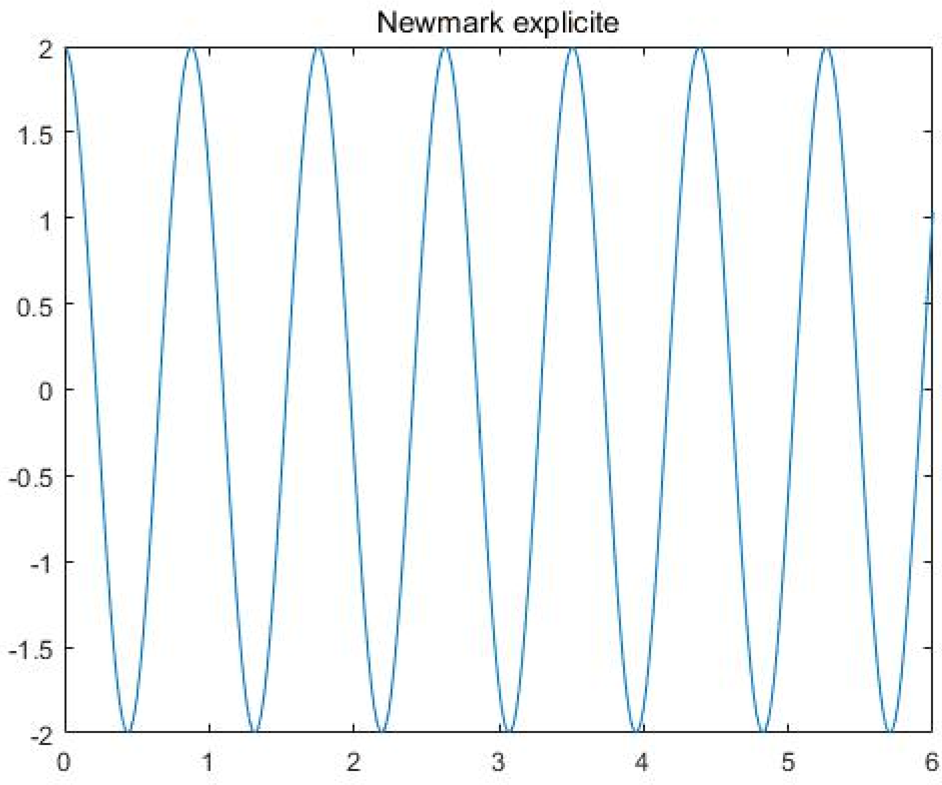
Programme(Newmark explicite)

```
gama = 0.5;

beta = 0;



dt1 = 0.02;

t1 = 0:dt1:T0;

q1(1) = q0;

dq1(1) = dqe;

ddq1(1) = -w0*w0*q1(1)*(1+a*q1(1)*q1(1));for j = 2:length(t1)
```

```
    q1(j) = q1(j-1)+dt1*dq1(j-1)+dt1*dt1*(0.5 - beta)*ddq1(j-1);

    ddq1(j) = -w0*w0*q1(j)*(1+a*q1(j)*q1(j));

    dq1(j) = dq1(j-1)+dt1*(1-gama)*ddq1(j-1)+dt1*gama*ddq1(j);end

clf;

plot(t1,q1)

title('Newmark explicite')



q1selected=[q1(1),q1(2),q1(3),q1(length(t1))]
```

Pour les résultats aux temps choisis, on a:

```
q1selected =

    2.0000    1.9779    1.9123    1.0329
```



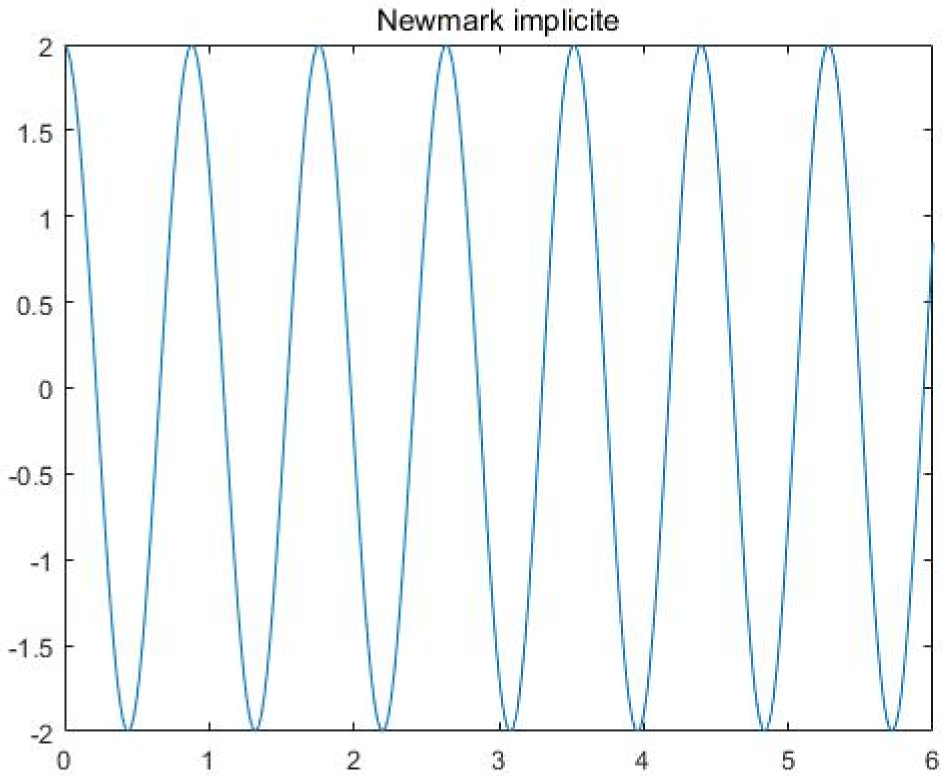
Q2

Programme(Newmark implicite)

```
q0 = 2; dqe = 0;

w0 = 2*pi; a = 0.1;T0 = 6;

gama = 0.5; beta = 0.25;

sigma = 0.0001;



dt = 0.02;

t = 0:dt:T0;



q(1) = q0;

dq(1) = dqe;

ddq(1) = -w0*w0*q(1)*(1+a*q(1)*q(1));



qe(1) = q(1);

dqe(1) = dq(1);

ddqe(1) = ddq(1);



for j=2:length(t)

    qe(j) = qe(j-1)+dt*dqe(j-1)+dt*dt*(0.5-beta)*ddqe(j-1);

    dqe(j) = dqe(j-1)+dt*(1-gama)*ddqe(j-1);

    ddqe(j) = 0;
```

```
    f= ddqe(j)+w0*w0*qe(j)*(1+a*qe(j)*qe(j));

    while abs(f)>=sigma

        deltaddqe =
-(ddqe(j)+w0*w0*qe(j)*(1+a*qe(j)*qe(j)))/(1+w0*w0*beta*dt*dt*(1+3*a*qe(j)*qe(j)));

        deltaqe = beta*dt*dt*deltaddqe;

        deltadqe = gama*dt*deltaddqe;



        qe(j) = qe(j)+deltaqe;

        dqe(j) = dqe(j)+deltadqe;

        ddqe(j) = ddqe(j)+deltaddqe;

        f = ddqe(j)+w0*w0*qe(j)*(1+a*qe(j)*qe(j));

    end

    q(j) = qe(j);

    dq(j) = dqe(j);

    ddq(j) = ddqe(j);end



clf;

plot(t,q)

title('Newmark implicite')

qselected=[q(1),q(2),q(3),q(length(t))]
```

```
qselected =



    2.0000    1.9781    1.9131    0.8485
```



L'énergie peut se diviser en 2 parties : l'énergie cinétique et l'énergie potentiel
L'energie cinétique : 0.5*m*dq^2
L'énergie potentiel : k*(0.5*q^2+0.25*a*q^4)
Alors on peut diviser m pour simplifier la calculation :

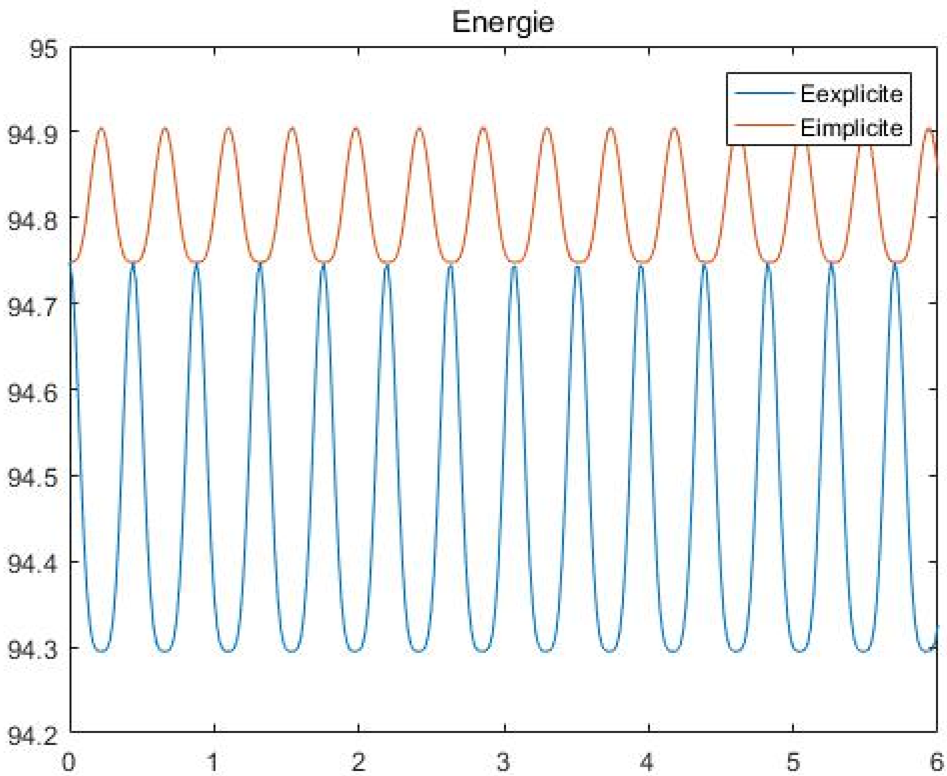
Donc on a:

Energie

```
for j = 1:length(t)

    Ece(j) = 0.5*m*dq1(j)^2;

    Epe(j) = w0^2*(0.5*q1(j)^2+0.25*a*q1(j)^4);

    Ee(j) = Ece(j)+Epe(j);

    Eci(j) = 0.5*m*dq(j)^2;

    Epi(j) = w0^2*(0.5*q(j)^2+0.25*a*q(j)^4);

    Ei(j) = Eci(j)+Epi(j);end
```

```
plot(t,Ee)

hold on;

plot(t,Ei)

legend('Eexplicite','Eimplicite')

title('Energie')
```

Et pour dt = 0.02, on a:



On trouve que l’énergie calculé par Newmark implicite est plus plus stable que l’énergie calculé par explicite .