

```

w = 2*pi;
q = dsolve( 'D2q = -4*pi^2*q', 'q(0)=1', 'Dq(0)=0' );
E1 = (1/2)*((diff(q))^2+(2*pi)^2*q^2);%1.2 E1 est une
constante
%question2

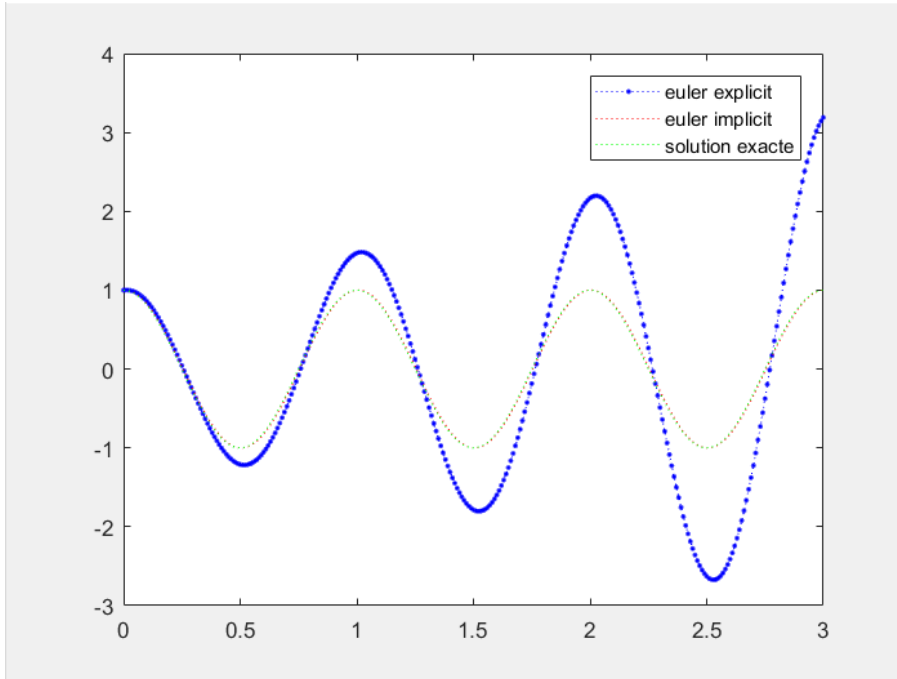
t=0.001;
x=0:t:3;
qe1=zeros(size(x));
qe1(1)=1;
q2=zeros(size(x));
q2(1)=0;
q3=zeros(size(x));
U=zeros(2,size(x,2));
U(:,1)=[1;0];
E2=zeros(size(x));
E2(1)=(1/2)*((q2(1))^2+(2*pi)^2*qe1(1)^2);
A=[1 t;-w^2*t 1];
a=det(A);%2.5det(A)=1+w^2*t
for i1=2:length(x)
    qe1(i1)=qe1(i1-1)+t*q2(i1-1);
    q2(i1)=q2(i1-1)+t*q3(i1-1);
    q3(i1)=-w^2*qe1(i1-1);
    %au dessus est la premier m'ethode de 2.2
    U(:,i1)=A*U(:,i1-1);
    E2(i1)=(1/2)*((q2(i1))^2+(2*pi)^2*q1(i1)^2);
end
qi1=zeros(size(x));
qi1(1)=1;
E3=zeros(size(x));
E3(1)=(1/2)*((q2(1))^2+(2*pi)^2*qi1(1)^2);
for i2=2:length(x)
    qi1(i2)=qi1(i2-1)+t*(q2(i2-1)+t*qi1(i2)*(-w^2));
    q3(i2)=-w^2*qi1(i2);
    q2(i2)=q2(i2-1)+t*q3(i2);
    %au dessus est la premier m'ethode de 2.2
    U(:,i2)=B*U(:,i2-1);
    E3(i2)=(1/2)*((q2(i2))^2+(2*pi)^2*qi1(i2)^2);
end
%plot(x,qe1,'.b:',x,qi1,'r:',x,cos(2*pi*x),'g:');%quest
ion2.3

```

```

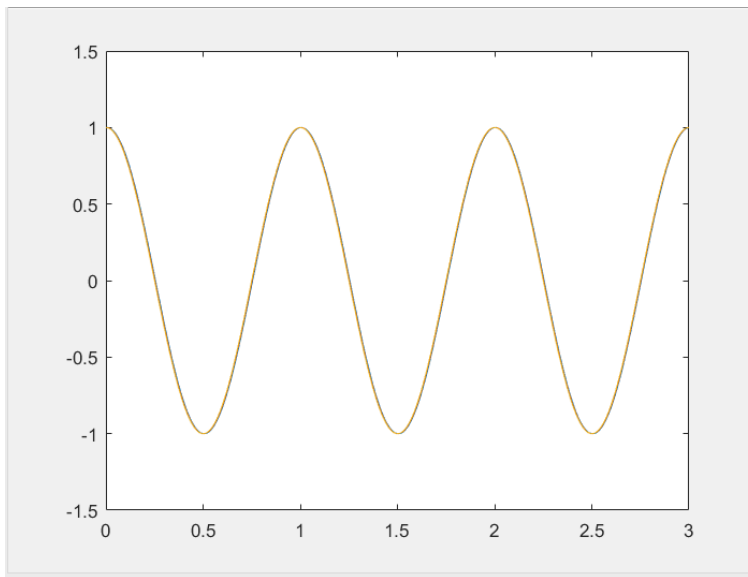
%legend('euler explicit','euler implicite','solution
exacte');
plot(x,E2,'b:',x,E3,'r:');
legend('E* de euler explicit','E* de euler implicite');
3.2

```



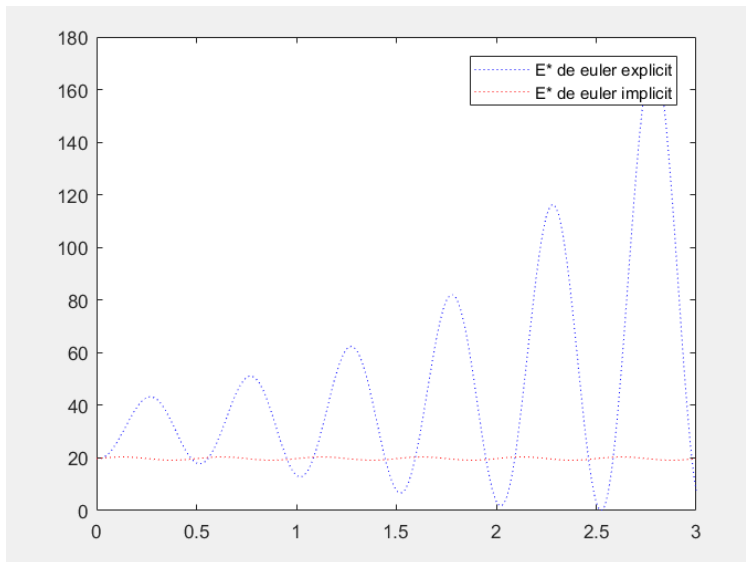
Quand  $\Delta t = 0.01s$ , la solution d'EULER implicite diverge plus lentement que celle d'EULER explicite et la solution exacte est pr écise.

3.3

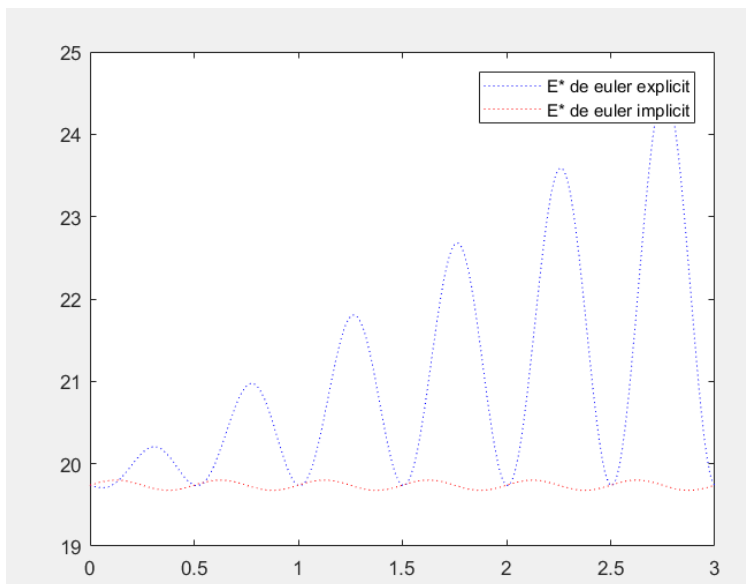


$\Delta t = 0.01s$   $\Delta t = 0.005s$   $\Delta t = 0.001s$  Les graphes ne chang ent pas quand  $\Delta t$  change

### 3.4



$\Delta t = 0.01s$



$\Delta t = 0.001s$

La solution d' EULER implicite converge sur un constante. La solution d' EULER explicite diverge. Et quand le pas devient plus petit, les deux solutions divergent plus lentement.

### 3.5

On trouve que les valeur proper sont 0.9630 et 0.9990. les valeurs absolus sont plus petit que 1 donc le caract ère inconditionnellement est stable du schema d' EULER implicite

```

w = 2*pi;
dt=0.01;
t=0:dt:3;
q=zeros(size(t));
q(1)=1;
dq=zeros(size(t));
dq(1)=0;
d2q=zeros(size(t));
d2q=-w^2*q(1);
Q = [q(1);dq(1)];
for i2=2:length(t)
    x = t(i2-1);
    y = Q;
    k1= cal_f(y,x,0);
    y = Q + dt*k1/2;
    k2 = cal_f(y,x+dt/2,0);
    y = Q + dt*k2/2;
    k3 = cal_f(y,x+dt/2,0);
    y = Q + dt*k3;
    k4 = cal_f(y,x+dt,0);
    dq = (k1 + 2 *k2 + 2 * k3 + k4) / 6;
    Q = Q + dq*dt;
    q(i2)=Q(1);
    dq(i2)=Q(2);
end
plot(t,q);
function [dU]=cal_f(U,T,w0)
dU = zeros(2,1);
dU(1)=U(2);
dU(2)=- (2*pi)^2*U(1);
end

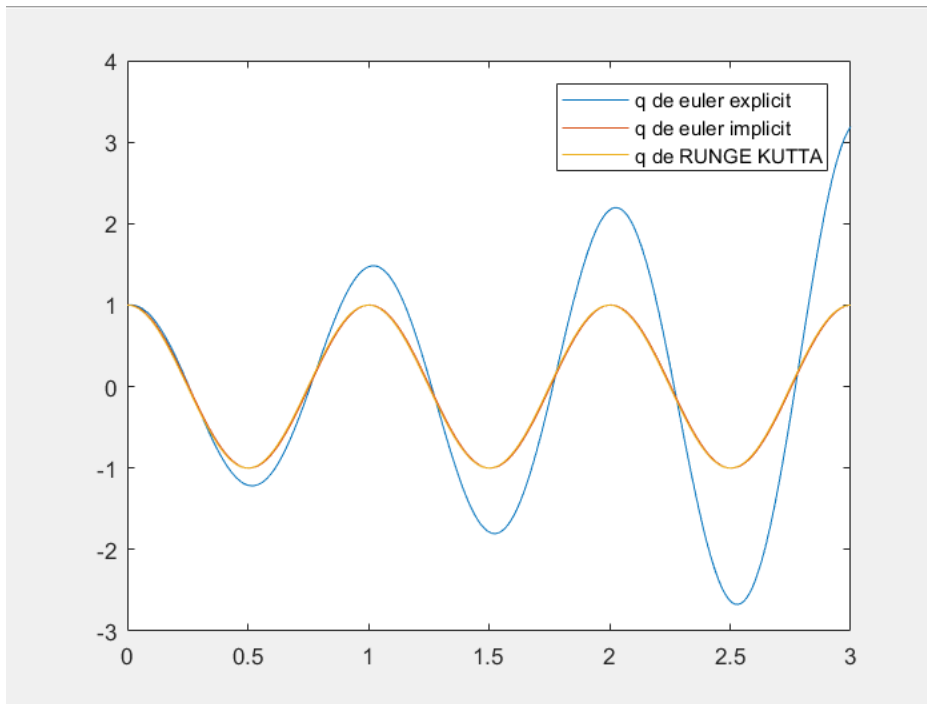
```

4.1  
 On peut donner  $Q = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix}$   $\dot{Q} = \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{pmatrix}$   
 Donc la forme  $\ddot{q} + \omega_0^2 \cdot q = 0$  peut être changée en  $\dot{Q} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & 0 \end{pmatrix} Q$   
 $\dot{Q}(t) = f(Q(t), t)$

4.2

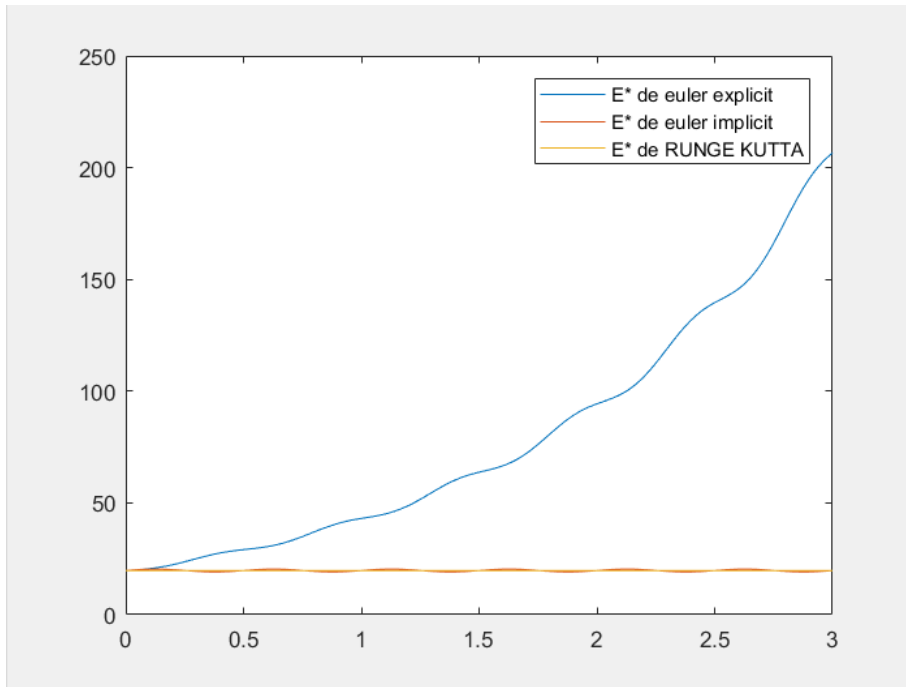
Le résultat est le programme au-dessus.

4.3



Les résultats de RUNGE KUTTA et d'Euler implicite sont stable et ils sont plus précises que celui d'Euler explicite.. Et le résultat d'Euler explicite est instable.

#### 4.4



Le  $E^*$  de RUNGE KUTTA et celui d'Euler implicite sont environ une constante qui est la même que celle de la solution exacte. Et le  $E^*$  d'Euler explicite est instable.