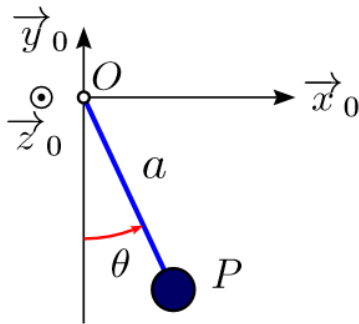


Séance 1 : Equations de Lagrange

Retrouver l'équation du mouvement du pendule simple avec les équations de Lagrange



On a :

$$E_c = \frac{ma^2\dot{\theta}^2}{2}$$

$$E_p = -mga \cos \theta + Cte$$

$$\delta W = 0$$

En utilisant les équations de Lagrange, on a :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\theta}} \right] = ma^2 \ddot{\theta}$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial \theta} = mga \sin \theta$$

Alors :

$$ma^2 \ddot{\theta} + mga \sin \theta = 0$$

En utilisant l'hypothèse de petit mouvement, on a :

$$ma^2 \ddot{\theta} + mga \theta = 0$$

On pose que :

$$\omega_0^2 = \frac{g}{a}$$

Alors :

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

Écrire un rapport avec vos lignes de code en Matlab ou Scilab sur l'exercice *Oscillateur conservatif à un degré de liberté*

L'oscillateur conservatif linéaire à un degré de liberté, caractérisé par l'équation (1) :

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0 \quad (1)$$

1. Solution analytique de l'équation (1)

1.1 Déterminez la solution de l'équation (1) satisfaisant aux conditions initiales (4) et programmez cette solution. Cette solution servira de référence pour comparer les solutions obtenues à l'aide des différents schémas d'intégration.

Code sur Matlab :

```
w0=2*pi; q0=1; Dq0=0;T0=3;
```

```
syms q
```

```
q = dsolve('D2q + 4*pi*pi*q = 0', 'q(0) = 1', 'Dq(0) = 0')
```

Résultat :

```
q = cos(2*pi*t)
```

1.2 Calculez numériquement la quantité E* associée à cette solution exacte. Que trouve-t-on ?

Code sur Matlab :

```
Estar=0.5*((2*pi*q)^2+diff(q)^2)
```

Résultat :

```
Estar = 2*pi^2*sin(2*pi*t)^2 + 2*pi^2*cos(2*pi*t)^2
```

Je trouve que $E_{star} = 2\pi^2$, mais matlab ne le simplifie pas mathématiquement, car ce E^* dépend de t choisi. En plus, E^* est conservatif.