Prénom : Maeva Hao Yueming DM n°2 date : 12/03/2020
n°'étudiant : 15241004 / ZY1924108

Séance 2 : Dynamique des structures, Schémas Euler explicite

Écrire un rapport avec vos lignes de code en Matlab ou Scilab sur l'exercice *Oscillateur conservatif à un degré de liberté avec le schéma Euler Explicite*

2.1

$$\begin{bmatrix} q_{j+1} \\ \dot{q}_{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_j \\ \dot{q}_j \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} \dot{q}_j \\ \ddot{q}_j \end{bmatrix}$$

$$\ddot{q}_j + W_0^2 q_j = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{q}_j = -W_0^2 q_j$$

alors,

$$\dot{q}_{j+1} = \dot{q}_j + \Delta t \cdot \ddot{q}_j$$

$$= \dot{q}_j - W_0^2 q_j \Delta t$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} q_{j+1} \\ \dot{q}_{j+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ -W_0^2 \Delta t & 1 \end{bmatrix}}_{A \text{ (matrice d'amplication)}} \begin{bmatrix} q_j \\ \dot{q}_j \end{bmatrix}$$

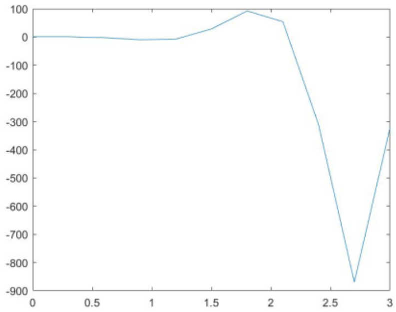
2.2

Méthode 2 :

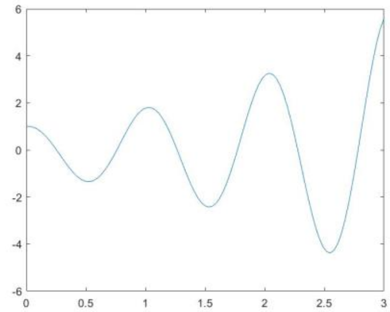
```
clear all
w0=2*pi; q0=1; Dq0=0;
n=1000; T0 = 3; dt = T0/n;
t = 0:dt:T0;
A = [1,dt;-w0^2*dt,1];
U(:,1) = [q0;Dq0];
for j = 2:length(t)
    U(:,j) = A*U(:,j-1);
end
plot(t,U(1,:))
hold on ;
```

2.3

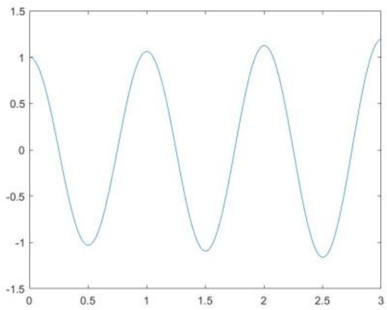
Avec n=10, et Δt=0.3 :



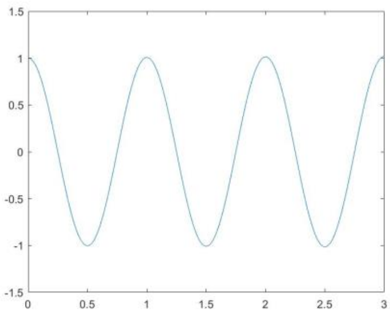
Avec n=100, et Δt=0.03 :



Avec n=1000, et Δt=0.003 :



Avec n=10000, et Δt=0.0003 :



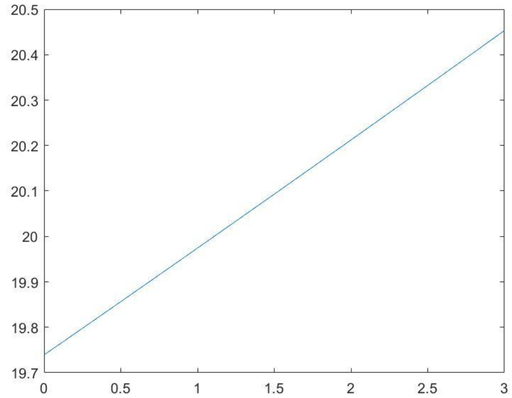
On peut voir que plus le pas de temps Δt est petit, plus la divergence est lente.

2.4

Code :

```
for j = 1:length(t)
    Estar(j)=0.5*(U(2, j)^2+ w0^2*U(1, j)^2);
end
plot(t,Estar);
hold on;
```

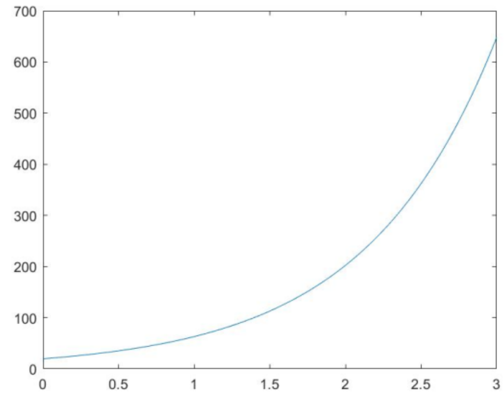
Résultat (avec Δt=0.0003) :



E*(exacte)= Estar=2*pi^2=19.7392

En utilisant cette méthode (avec Δt=0.0003), E* associée au schéma d'EULER explicite est de 19.7392 à 20.4532.

Quand on fait varier Δt, avec Δt=0.03 :



On observe que si Δt n'est pas assez petit, E* se varie rapidement de 19.7392 à 648.0707. C'est plus loin de E* exact.

2.5

Les valeurs propres de A en fonction du pas de temps Δt :

$\lambda = 1 \pm i\omega_0\Delta t = 1 \pm 2\pi\, i\, \Delta t$

Les modules sont plus grands que 1, donc instable.