

## Étude d'un oscillateur linéaire amorti à un degré de liberté

### 1.1) Résolution avec un schéma d'EULER explicite

#### 1.1.a)

Calculons A :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ -w_0^2 \Delta t & 1 - 2\varepsilon w_0 \Delta t \end{bmatrix}$$

Si on choisit  $\Delta t > \frac{2\varepsilon}{\omega_0}$ , on prend ici  $\Delta t = 2 * \frac{2\varepsilon}{\omega_0}$ .

Code :

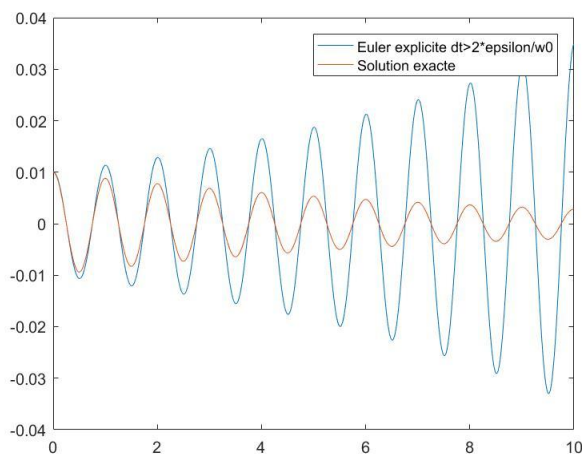
```
clear all;
T0 = 1; w0 = 2*pi/T0; epsilon = 0.02;
x0 = 0.01; dx0 = 0;
dt = 2*2*epsilon/w0;
U(:,1) = [x0;dx0];
A = [1,dt;-w0^2*dt,1-2*epsilon*w0*dt];
t = 0:dt:10*T0;
for j = 1:length(t)-1
    U(:,j+1) = A*U(:,j);
end;
plot(t,U(1,:))
hold on;

omega = w0*sqrt(1-epsilon^2);
Solution_exacte = exp(-epsilon*w0*t).*(x0*cos(omega*t)+((epsilon*w0*x0+dx0)/omega)*sin(omega*t));
plot(t,Solution_exacte)
hold on;

legend('Euler explicite dt>2*epsilon/w0','Solution exacte')
```

Résultat :

En comparant avec la solution exacte, on observe que à ce moment, la solution n'est pas assez précise. En plus, le résultat se diverge (les crêtes de l'onde sont de plus en plus grandes).

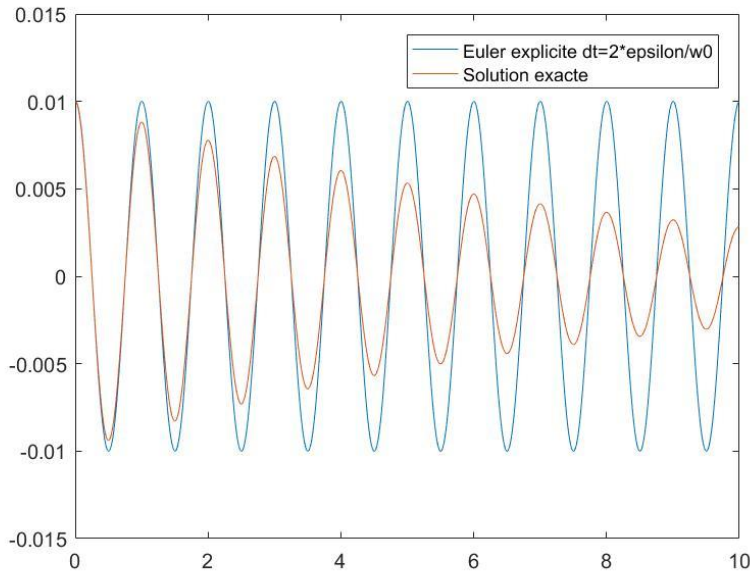


**1.1.b)**

C'est la même que 1.1.a, mais cette fois on prend  $\Delta t = \frac{2\varepsilon}{\omega_0}$ .

**Résultat :**

C'est beaucoup plus précise que la solution en utilisant  $\Delta t=0.02s$ , mais pas encore assez précise. En plus, le résultat ne se diverge plus. Maintenant, c'est harmonique (les crêtes de l'onde sont de mêmes).

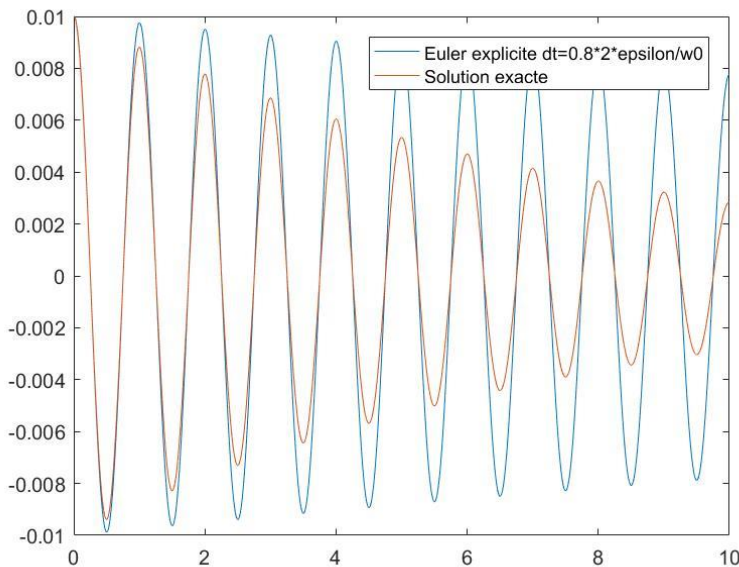


**1.1.c)**

C'est la même que 1.1.a, mais cette fois on prend  $\Delta t = 0.8 * \frac{2\varepsilon}{\omega_0}$ .

**Résultat :**

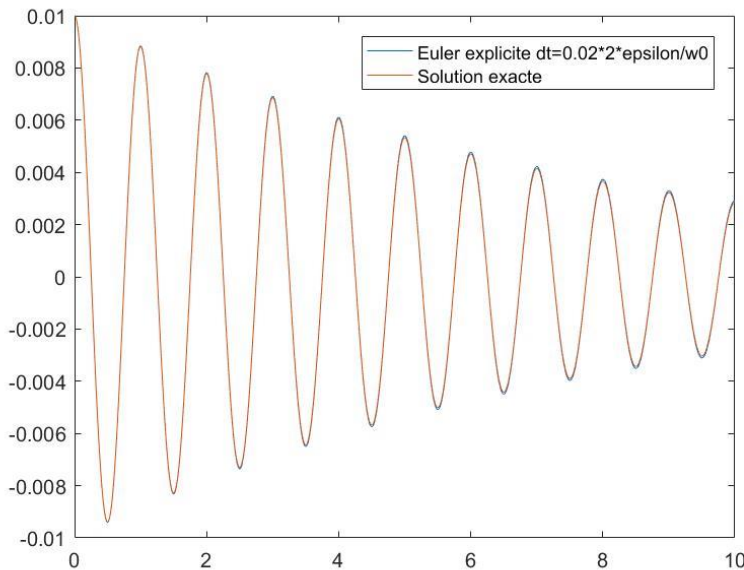
C'est beaucoup plus précise que les solutions précédentes, mais pas encore assez précise. En plus, maintenant, le résultat se converge (les crêtes de l'onde sont de plus en plus petites), comme la solution exacte.



**1.1.d)**

- D'après les résultats précédents, on peut dire que il faut que  $\Delta t < \frac{2\varepsilon}{\omega_0}$ , ou bien  $\frac{\Delta t}{\frac{2\varepsilon}{\omega_0}} < 1$ , et quand on diminue la valeur de  $\frac{\Delta t}{\frac{2\varepsilon}{\omega_0}}$ , la solution sera être plus précise.

- En testant quelques fois, j'observe que à partir de valeur du rapport  $\frac{\Delta t}{\frac{2\varepsilon}{\omega_0}} = 0.02s$ , la solution calculée présente-t-elle une précision suffisante (Quand je ne vois pas clairement la distinction entre 2 courbes).



**1.2) Résolution avec un schéma d'EULER implicite**

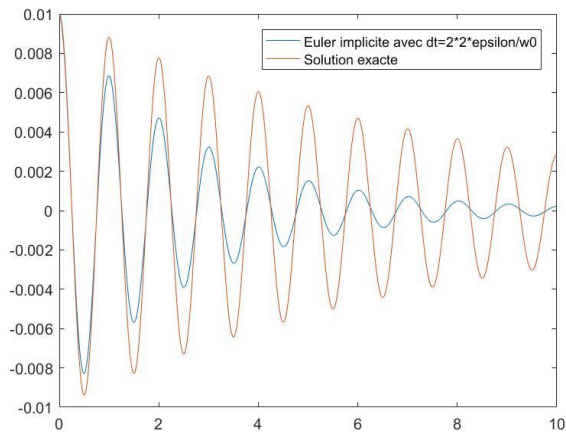
$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta t & 0 \\ 0 & 1 & -\Delta t \\ \omega_0^2 & 2\varepsilon\omega_0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**Code:**

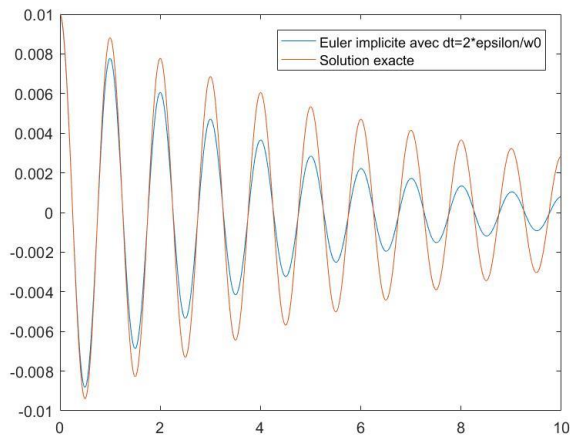
```
clear all;
T0 = 1; w0 = 2*pi/T0; epsilon = 0.02;
x0 = 0.01; dx0 = 0;
dt = 2*epsilon/w0;
A = [1, -dt, 0; 0, 1, -dt; w0^2, 2*epsilon*w0, 1];
B = [1, 0, 0; 0, 1, 0; 0, 0, 0];
C = inv(A)*B;
U(:, 1) = [x0; dx0; 0];
t = 0:dt:10*T0;
for j = 1:length(t)-1
    U(:, j+1) = C*U(:, j);
end
plot(t, U(1, :))
hold on;
omega = w0*sqrt(1-epsilon^2);
Solution_exacte = exp(-epsilon*w0*t).*(x0*cos(omega*t) + ((epsilon*w0*x0+dx0)/omega)*sin(omega*t));
plot(t, Solution_exacte);
hold on;
legend('Euler implicite avec dt=2*epsilon/w0', 'Solution exacte')
[z, d] = eig(C);
mo = abs(d);
```

**Résultat :**

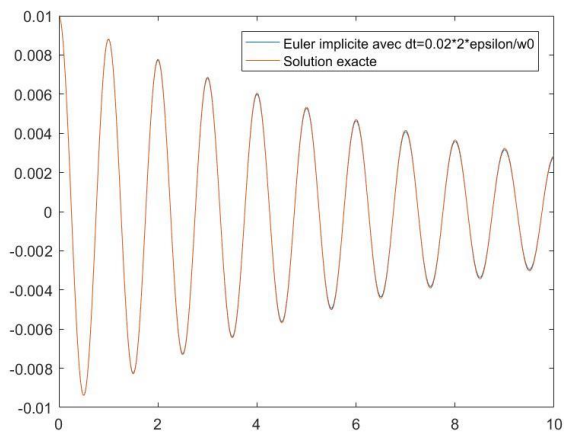
Quand  $\Delta t > \frac{2\varepsilon}{\omega_0} = 2*2*\text{sigma}/w_0$  :



Quand  $\Delta t = \frac{2\varepsilon}{\omega_0}$  :



En diminuant quelquefois la valeur du rapport  $\frac{\Delta t}{\frac{2\varepsilon}{\omega_0}}$ , j'observe que à partir de valeur du rapport  $\frac{\Delta t}{\frac{2\varepsilon}{\omega_0}} = 0.02s$ , la solution calculée présente-t-elle une précision suffisante.



En plus, j'observe que les modules= 0.9984 < 1, donc le schéma est inconditionnellement stable.

### 1.3) Résolution avec un schéma de RUNGE KUTTA

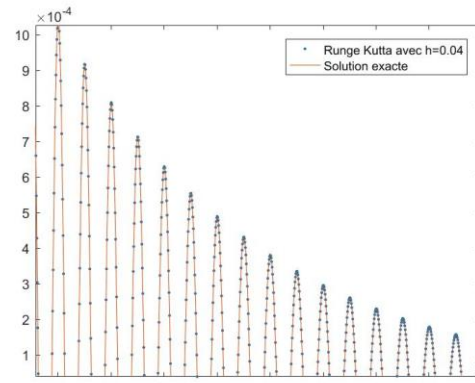
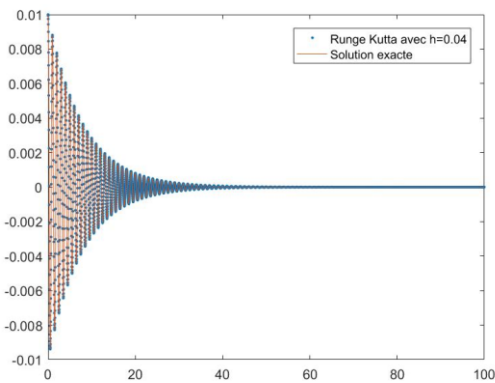
#### 1.3.a)

Code :

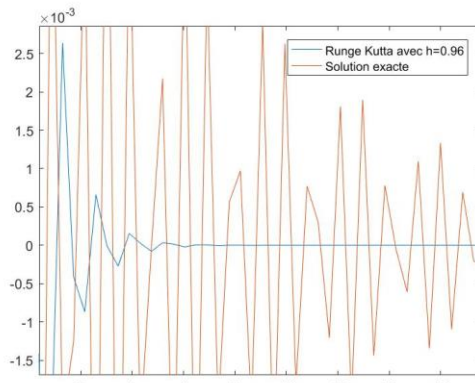
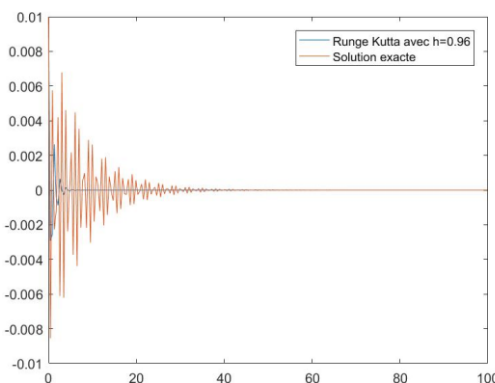
```
clear all
T0 = 1; w0 = 2*pi/T0; epsilon = 0.02; x0 = 0.01; dx0 = 0;
h=1.04;
dt = h*2*sqrt(2)/w0;
t = 0:dt:100*T0;
A = [0, 1; -w0^2, -2*epsilon*w0];
U(:, 1) = [x0; dx0];
for j=1:length(t)-1
    k1=A*U(:, j);
    k2=A*(U(:, j)+0.5*dt*k1);
    k3=A*(U(:, j)+0.5*dt*k2);
    k4=A*(U(:, j)+dt*k3);
    K=1/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);
    U(:, j+1)=U(:, j)+K*dt;
end
plot(t,U(1,:))
hold on;
omega = w0*sqrt(1-epsilon^2);
Solution_exacte = exp(-epsilon*w0*t).*(x0*cos(omega*t)+((epsilon*w0*x0+dx0)/omega)*sin(omega*t));
plot(t,Solution_exacte);
legend('Runge Kutta avec h=1.04', 'Solution exacte')
```

Résultat :

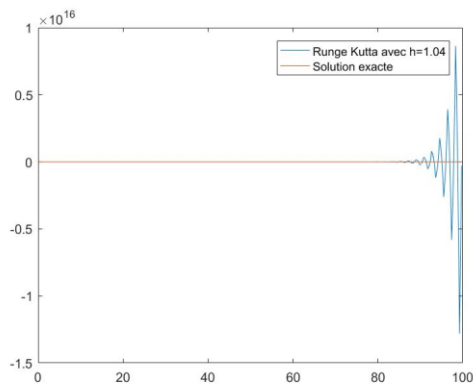
Avec h = 0.04 :



Avec h = 0.96 :



Avec  $h = 1.04$  :



La stabilité : pour  $h=0.04$  et  $h=0.96$ , c'est stable. La solution de  $h=1.04$  est diverge, instable.  
La précision : pour  $h=0.04$ , c'est précise. Pour  $h=0.96$  et  $h=1.04$ , pas précise.

**1.3.b)**

Temps critique :  $\Delta t_c = h_c \times \frac{2\sqrt{2}}{w_0}$ ,  $0.014 \text{ s} < h_c < 0.015 \text{ s}$

## Étude d'un double pendule avec l'hypothèse des petits mouvements.

### 1.1)

$$K = \frac{g}{a} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \beta \Delta t^2 K & 0 & 0 \\ & \gamma \Delta t K & 1 & 0 \\ & & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 1 - \Delta t^2 (0.5 - \beta) K & 0 & \Delta t \\ & -(1 - \gamma) \Delta t K & 1 & 0 \\ & & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \text{inv}(B) * C$$

On calcule A en utilisant Matlab :

**Code :**

```
clear all; close all; clc; format short e;
m = 2; a = 0.5; g = 9.81; F0 = 20; w = 2*pi; theta10 = 0; theta20 = 0; T0 = 8;
Dtheta10 = -1.31519275; Dtheta20 = -1.85996342;
q0 = [theta10; theta20]; Dq0 = [Dtheta10; Dtheta20];
dt = sym('dt', 'real');
K = sym('K', [2, 2]);
be = sym('be', 'real'); ga = sym('ga', 'real');
%% 1.1
be = 0; ga = 0.5;
K = inv([2, 1; 1, 1]) * m * g * a * [2, 0; 0, 1] / (m * a^2);
B = [eye(2) + be * dt^2 * K, zeros(2); ga * dt * K, eye(2)];
C = [eye(2) - dt^2 * (0.5 - be) * K, dt * eye(2); -(1 - ga) * dt * K, eye(2)];
A = inv(B) * C
```

**Résultat :**

```
A =
[
1 - (981*dt^2)/50, (981*dt^2)/100, dt, 0]
[
(981*dt^2)/50, 1 - (981*dt^2)/50, 0, dt]
[
(981*dt*((981*dt^2)/50 - 1))/50 - (981*dt)/50 + (962361*dt^3)/5000, (981*dt)/100 - (981*dt*((981*dt^2)/50 - 1))/100 - (962361*dt^3)/5000, 1 - (981*dt^2)/50, (981*dt^2)/100]
[
(981*dt)/50 - (981*dt*((981*dt^2)/50 - 1))/50 - (962361*dt^3)/2500, (981*dt*((981*dt^2)/50 - 1))/50 - (981*dt)/50 + (962361*dt^3)/5000, (981*dt^2)/50, 1 - (981*dt^2)/50]
```

### 1.2)

Le pas de temps critique est dt quand le module du valeur propre de A égale à 1.

```
[z, d] = eig(A)
re = real(d)
im = imag(d)
mo = abs(d)
mo = simplify(mo)
```

On a les éléments des modules, et on les résout, les solutions sont :

$$dt = 2.4436e-01$$

donc, le temps critique est de dt = 0.24436 s.

1.3)

$t=0 \quad F_0 \sin \omega t = 0$

$$m a^2 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \ddot{q}_0 + m g a \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} q_0 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{a \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \ddot{q}_0 + g \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} q_0 = 0}$$

1.4)

$$\begin{cases} m a^2 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \ddot{q}_n + m g a \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} q_n = F_0 \sin(\omega t_n) \begin{bmatrix} a \\ a/\sqrt{2} \end{bmatrix} \\ \dot{q}_{n+1} = \dot{q}_n + \Delta t \ddot{q}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\ddot{q}}_n \quad (3) \\ \dot{q}_{n+1} = \dot{q}_n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{q}_n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{\ddot{q}}_{n+1} \quad (2) \end{cases} \quad \Delta t = t_{n+1} - t_n$$

$$\ddot{q}_n = - \underbrace{\frac{g}{a} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_K q_n + \underbrace{\frac{F_0}{m a^2} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \sin(\omega t_n) \begin{bmatrix} a \\ a/\sqrt{2} \end{bmatrix}}_D \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\beta \Delta t^2 \\ 0 & 1 & -\gamma \Delta t \\ K & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_n \\ \dot{q}_{n+1} \\ \dot{q}_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \Delta t^2(0.5-\beta) \\ 0 & 1 & \Delta t(1-\gamma) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_n \\ \dot{q}_n \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ D \end{bmatrix}$$

1.5)

$$\Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 1+\beta \Delta t^2 K & 0 \\ \gamma \Delta t K & 1 \end{bmatrix}}_B \begin{bmatrix} \dot{q}_{n+1} \\ \dot{q}_{n+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1-\Delta t^2(0.5-\beta) K & \Delta t \\ -\Delta t(1-\gamma) K & 1 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} \dot{q}_n \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5 \Delta t^2 D \\ \Delta t D \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{q}_{n+1} \\ \dot{q}_{n+1} \end{bmatrix} = U_{n+1} \underbrace{B^{-1} * C * U_n + B^{-1} * \begin{bmatrix} 0.5 \Delta t^2 D \\ \Delta t D \end{bmatrix}}_A$$

Codes :

```
t = 0:dt:T0;
U(:,1)=[q0;Dq0];
for j = 1:length(t)-1
    D0 = F0/m*a^2*inv([2,1;1,1])*[a;a/sqrt(2)]*sin(w*j*dt);
    D = [0.5*dt^2*eye(2)*D0;dt*eye(2)*D0];
    U(:,j+1) = A*U(:,j)+inv(B)*D;
end
plot(t,U(1,:))
```



### 1.6)

$\Delta t = 0.02 \text{ s}$ ,

-  $t=0\text{s}$

$$q(t) = [0;0], \quad \dot{q}(t) = [-1.32; -1.86], \quad \ddot{q}(t) = [0;0]$$

-  $t=\Delta t$

$$q(t) = [-0.0263; -0.0372], \quad \dot{q}(t) = [-1.31; -1.85], \quad \ddot{q}(t) = [0.348; 0.493]$$

-  $t=2\Delta t$

$$q(t) = [-0.0524; -0.0742], \quad \dot{q}(t) = [-1.30; -1.84], \quad \ddot{q}(t) = [0.691; 0.984]$$

-  $t=0.5\text{s}$

$$q(t) = [-0.360; -0.510], \quad \dot{q}(t) = [0.233; 0.329], \quad \ddot{q}(t) = [4.12; 5.89]$$

### 2.1)

$$K = \frac{g}{a} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ & \gamma \Delta t K & 1 & 0 \\ & & 0 & 1 \end{bmatrix} + \beta \Delta t^2 K$$

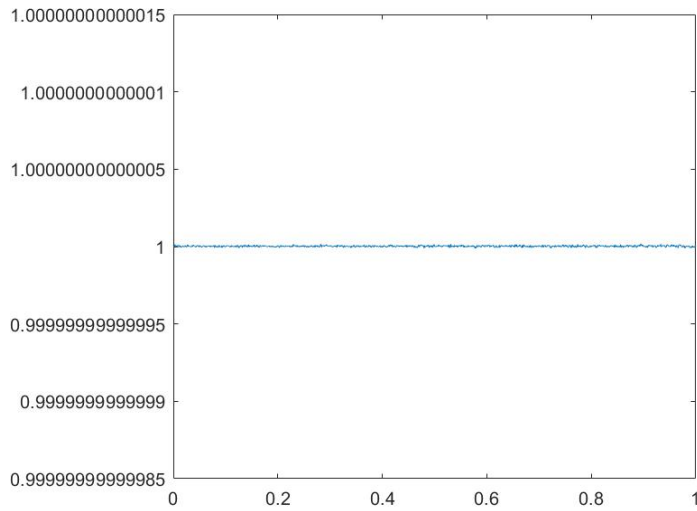
$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta t \\ & -(1 - \gamma) \Delta t K & 1 & 0 \\ & & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \text{inv}(B) * C$$

### 2.2)

```
dt=0:0.01:1;
d_max = [];
for i = 1:(1/0.01+1)
    be=0.25; ga=0.5;
    K=inv([2,1;1,1])*m*g*a*[2,0;0,1]/(m*a^2);
    B=[eye(2)+be*dt(i)^2*K, zeros(2); ga*dt(i)*K, eye(2)];
    C=[eye(2)-dt(i)*dt(i)*(0.5-be)*K, dt(i)*eye(2); -(1-ga)*dt(i)*K, eye(2)];
    A=inv(B)*C;

    [z,d]=eig(A);
    d_max(i) = abs(max([d(1,1), d(2,2), d(3,3), d(4,4)]));
end
plot(dt,d_max);
hold on
```



2.3)

$t=0 \quad F_0 \sin \omega t = 0$

$$m a^2 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \ddot{q}_0 + m g a \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} q_0 = 0$$

$\Rightarrow \boxed{a \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \ddot{q}_0 + g \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} q_0 = 0}$

2.4)

$$\begin{cases} m a^2 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \ddot{q}_n + m g a \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} q_n = F_0 \sin(\omega t_n) \begin{bmatrix} a \\ a \\ N_2 \end{bmatrix} \\ \dot{q}_{n+1} = \dot{q}_n + \Delta t \ddot{q}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{q}_n \quad \textcircled{3} \\ \dot{q}_{n+1} = \dot{q}_n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{q}_n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{q}_{n+1} \quad \textcircled{2} \end{cases} \quad \Delta t = t_{n+1} - t_n$$

$$\textcircled{3} \quad \ddot{q}_n = - \frac{g}{a} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} q_n + \frac{F_0}{m a^2} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \sin(\omega t_n) \begin{bmatrix} a \\ a \\ N_2 \end{bmatrix} \quad \textcircled{1}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\beta \Delta t^2 \\ 0 & 1 & -\gamma \Delta t \\ K & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{n+1} \\ \dot{q}_{n+1} \\ q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \Delta t^2(\omega_0^2 - \beta) \\ 0 & 1 & \Delta t(\omega_0^2 - \gamma) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_n \\ \dot{q}_n \\ q_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ D \end{bmatrix}$$

## 2.5)

```
dt=0.02;  
be=0.25; ga=0.5;  
K=inv([2,1;1,1])*m*g*a*[2,0;0,1]/(m*a^2);  
B=[eye(2)+be*dt^2*K, zeros(2); ga*dt*K, eye(2)];  
C=[eye(2)-dt*dt*(0.5-be)*K, dt*eye(2); -(1-ga)*dt*K, eye(2)];  
A=inv(B)*C;
```

### %% 2.5

```
t = 0:dt:T0;  
U(:,1)=[q0;Dq0];  
for j = 1:length(t)-1  
    D0 = F0/m*a^2*inv([2,1;1,1])*[a;a/sqrt(2)]*sin(w*j*dt);  
    D = [0.5*dt^2*eye(2)*D0; dt*eye(2)*D0];  
    U(:,j+1) = A*U(:,j)+inv(B)*D;  
end
```

## 2.6)

$\Delta t = 0.02$  s,

- $t=0s$   
 $q(t)=[0;0], \quad \dot{q}(t)=[-1.32;-1.86], \quad \ddot{q}(t)=[0;0]$
- $t=\Delta t$   
 $q(t)=[-0.0263;-0.0372], \quad \dot{q}(t)=[-1.31;-1.85], \quad \ddot{q}(t)=[0.348;0.493]$
- $t=2\Delta t$   
 $q(t)=[-0.0524;-0.0741], \quad \dot{q}(t)=[-1.30;-1.84], \quad \ddot{q}(t)=[0.693;0.980]$
- $t=0.5s$   
 $q(t)=[-0.360;-0.510], \quad \dot{q}(t)=[0.231;0.327], \quad \ddot{q}(t)=[4.12;5.89]$

## Étude d'un oscillateur non linéaire à un degré de liberté

### 1.1)

$$q_{j+1} = q_j + dt\dot{q}_j + 0.5dt^2\ddot{q}_j$$

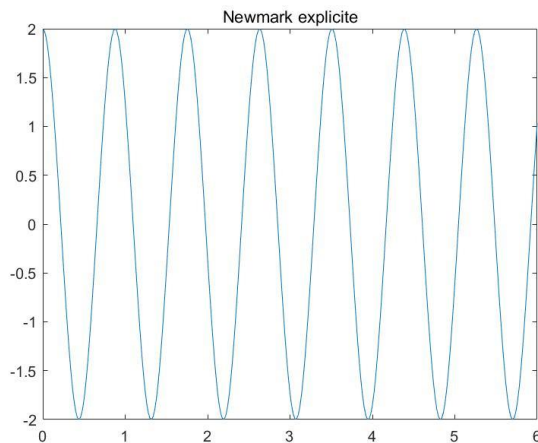
$$q_{j+1}^{\ddot{}} = -\omega_0^2 q_{j+1} (1 + a q_{j+1}^2)$$

$$\dot{q}_{j+1} = \dot{q}_j + 0.5dt\ddot{q}_j + 0.5dtq_{j+1}^{\ddot{}}$$

### 1.2)

```
clear all;
q0=2; dq0=0; w0 = 2*pi; a=0.1; T0=6;
dt = 0.02;
t = 0:dt:T0;
be=0; ga=0.5;
q(1) = q0;
Dq(1) = dq0;
D2q(1) = -w0^2*q(1)*(1+a*q(1)^2);
for j = 1:length(t)-1
    q(j+1) = q(j)+dt*Dq(j)+dt^2*(0.5-be)*D2q(j);
    D2q(j+1) = -w0^2*q(j+1)*(1+a*q(j+1)^2);
    Dq(j+1) = Dq(j)+dt*(1-ga)*D2q(j)+dt*ga*D2q(j+1);
end
plot(t,q)
```

### 1.3)



$\Delta t = 0.02s$ ,  $q(t=0s) = 2$ ,  $q(t=\Delta t) = 1.978$ ,  $q(t=2\Delta t) = 1.912$ ,  $q(t=T0) = 1.033$ .

### 2.1)

Minimiser l'absolue de cette équation d'estimation jusqu'à epsilon, qui est très petit.

$$\left| \ddot{q}_{j+1}^* + \omega_0^2 q_{j+1}^* (1 + a q_{j+1}^{*2}) \right| < \epsilon$$

**2.2)**

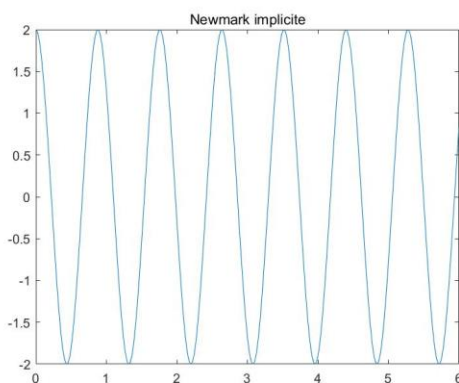
$$\Delta q_{j+1}^{\ddot{}} = -\frac{f(q_{j+1}^* + q_{j+1}^* + q_{j+1}^*)}{\frac{\partial f}{\partial q_{j+1}^*} 0.25dt^2 + \frac{\partial f}{\partial q_{j+1}^{\ddot{}}}} = -\frac{q_{j+1}^* + \omega_0^2 q_{j+1}^* (1 + a q_{j+1}^{*2})}{0.25dt^2 \omega_0^2 (1 + 3a q_{j+1}^{*2}) + 1}$$

**2.3)**

```

q0=2; Dq=0; w0=2*pi; a=0.1; T0=6;
ga=0.5; be=0.25; epsilon = 0.001;
dt = 0.02; t = 0:dt:T0;
q(1) = q0; Dq(1) = Dq;
D2q(1) = -w0^2*q(1)*(1+a*q(1)^2);
for j=1:length(t)-1
    D2q(j+1) = 0;
    Dq(j+1) = Dq(j)+dt*(1-ga)*D2q(j);
    q(j+1) = q(j)+dt*Dq(j)+dt^2*(0.5-be)*D2q(j);
    f= D2q(j+1)+w0^2*q(j+1)*(1+a*q(j+1)^2);
while abs(f)>=epsilon
    dD2q = -(D2q(j+1)+w0^2*q(j+1)*(1+a*q(j+1)^2))/(1+w0^2*be*dt^2*(1+3*a*q(j+1)^2));
    dq = be*dt^2*dD2q;
    dDq = ga*dt*dD2q;
    q(j+1) = q(j+1)+dq;
    Dq(j+1) = Dq(j+1)+dDq;
    D2q(j+1) = D2q(j+1)+dD2q;
    f = D2q(j+1)+w0^2*q(j+1)*(1+a*q(j+1)^2);
end
end
plot(t, q)
    
```

**2.4)**



$\Delta t = 0.02s$ ,  $q(t=0s) = 2$ ,  $q(t=\Delta t) = 1.978$ ,  $q(t=2\Delta t) = 1.913$ ,  $q(t=T0) = 0.848$ .

### 3.1)

L'énergie mécanique :

$$E = E_c + E_p = \frac{m\dot{q}^2}{2} + kq^2(1 + aq^2)$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

$$E = \left[ \frac{\dot{q}^2}{2\omega_0^2} + q^2(1 + aq^2) \right] * k$$

### 3.2)

```
for j = 1:length(t)
    E(j) = 0.5*Dq(j)^2/w0^2+q(j)^2*(1+a*q(j)^2);
end
plot(t,E)
% E=k*E
```

On ne sait pas valeur numérique de k (ou m), donc, le résultat est 1/k fois de l'énergie mécanique E.

### 3.3)

Quand dt=0.02s, les résultats de l'énergie mécanique E, sont environs les mêmes, pour 2 schémas d'intégration.

