Mécanique Numérique DM1

1.L'équation du mouvement du pendule simple avec l'équation de Lagrange

* L'équat° du mouvement du pendule simple avec l'équat° de ~~La~~Lagrange

θ: position du pendule (très petit)

a: longueur de la corde.

$$E_c(\theta) = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (a \cdot \dot{\theta})^2 = \frac{m a^2 \dot{\theta}^2}{2}$$

Suppose que $E_p(m, y=0) = 0$,

alors $E_p(\theta) = 0 - mg(\cos\theta\, a) = -mga\cos\theta$

sans force externe, d'où

$$\delta W = 0$$

Éq de Lagrange

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\theta}}\right] - \frac{\partial E_c}{\partial \theta} + \frac{\partial E_p}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial\left(\frac{m a^2 \dot{\theta}^2}{2}\right)}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial(m a^2 \dot{\theta}^2/2)}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \theta}(-mga\cos\theta) = 0$$

$$\Rightarrow m a^2 \ddot{\theta} - 0 + mga\sin\theta = 0$$

$a \neq 0$, $m \neq 0$ $\Rightarrow$ $a\ddot{\theta} + g\sin\theta = 0$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{a}\sin\theta = 0$$

Or $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ très petit

alors $\sin\theta \sim \theta$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{a}\theta = 0}$$

comparé avec forme $\ddot{\theta} + w_0^2\theta = 0$

alors $w_0^2 = \frac{g}{a}$ $\quad w_0 = \sqrt{\frac{g}{a}}$

2.Résoudre la question avec Matlab

2.1Solution exacte

Script Matlab

```
syms x

b='D2x=-(2*pi)^2*x';

x=dsolve(b,'x(0)=1','Dx(0)=0')
```

et on obtient que x = cos(2*pi*t).

2.2 Calcul de E*

Script Matlab

```
syms x

b='D2x=-(2*pi)^2*x';

x=dsolve(b,'x(0)=1','Dx(0)=0')

dx=diff(x);

E_etoile=1/2*(dx^2+(2*pi*x)^2)

E_etoile_simplifie=simplify(E_etoile)
```

On obtient que E*=2*pi^2, constant.