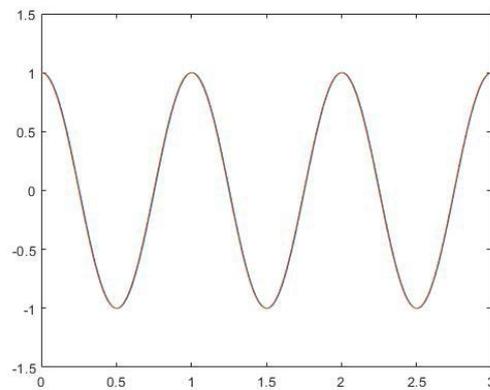


Oscillateur conservatif à un degré de liberté

```
3.1 dt=0.1;
    t=0:dt:3;
    q(1)=1;
    dq(1)=0;
    d2q(1)=-4*pi^2;
    for j=1:3/dt
        q(j+1)=q(j)+dt*dq(j);
        d2q(j+1)=-4*pi^2*q(j+1);
        dq(j+1)=dq(j)+dt*d2q(j+1);
        E(j)=(dq(j)^2+(2*pi*q(j))^2)/2;
    end
    plot(t,q)
```

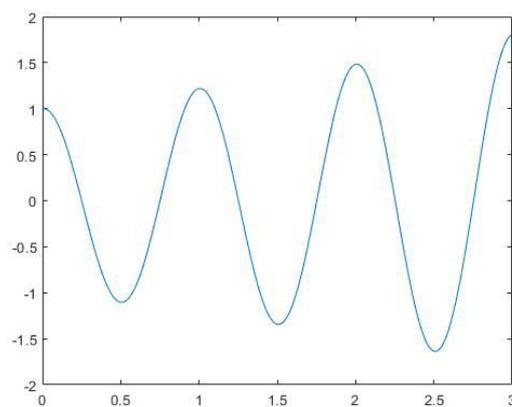
3.2 pour le pas de temps 0.01s :

Solution exacte et EULER implicite :



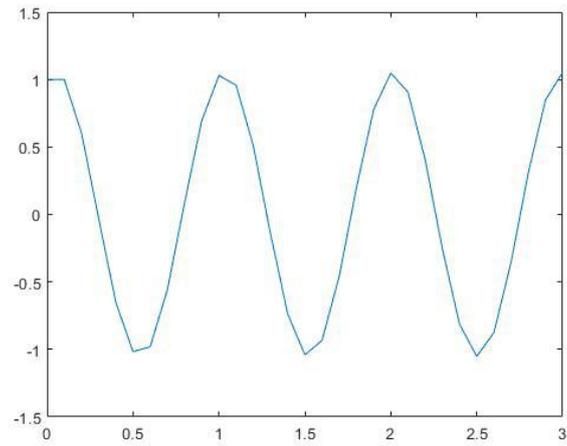
Deux solutions sont les mêmes et stables.

EULER explicite :

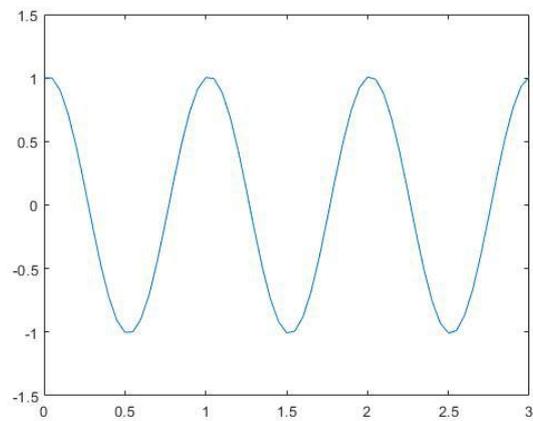


La solution est divergente.

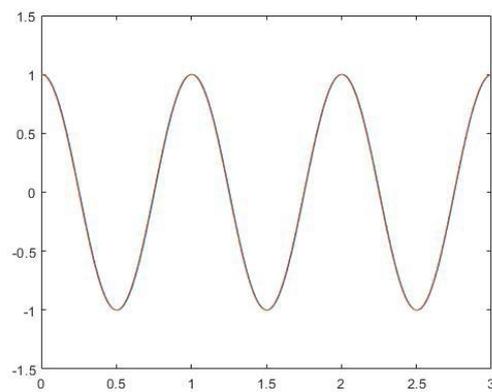
3.3 pour le pas de temps 0.1s :



pour le pas de temps 0.05s :

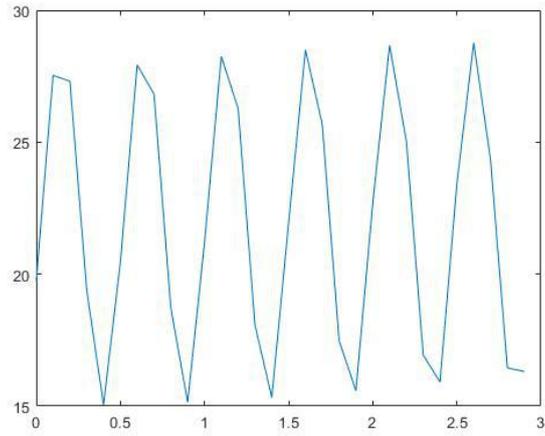


pour le pas de temps 0.01s :

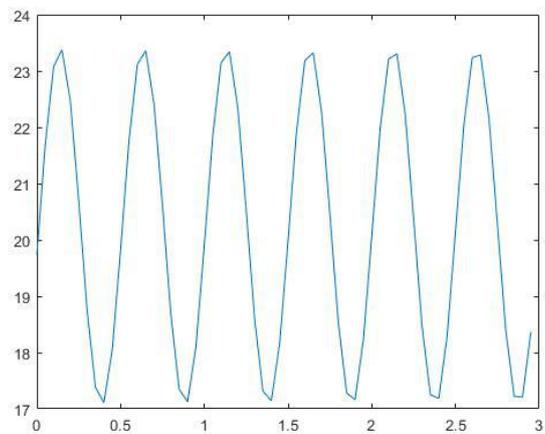


3.4 La quantité E^* associée au schéma d'EULER implicite est stable, elle perturbe autour de $2\pi^2$.

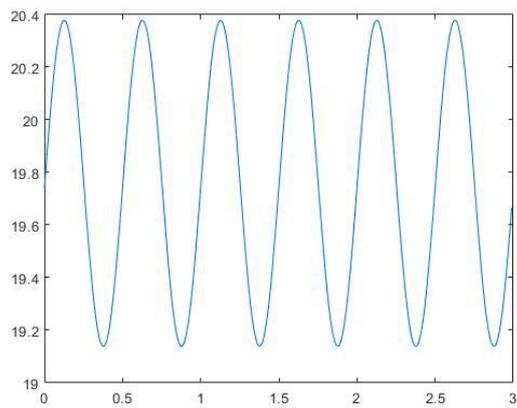
pour le pas de temps 0.1s :



pour le pas de temps 0.05s :



pour le pas de temps 0.01s :



3.5 Les valeurs propres de la matrice d'amplification sont 0 et $\frac{1}{4\pi^2 \Delta t^2 + 1}$. Elles sont réelles,

donc le système est stable.

4.1 Soit $Y = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix}$, alors $\dot{Y} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & 0 \end{bmatrix} Y$.

4.2 $A = [0 \ 1; -4 \cdot \pi^2 \ 0]$;

$Y = [1; 0]$;

```
for j=1:3/dt
```

```
    y(j)=Y(1);
```

```
    dy(j)=Y(2);
```

```
    k1=A*Y;
```

```
    k2=A*(Y+dt*k1/2);
```

```
    k3=A*(Y+dt*k2/2);
```

```
    k4=A*(Y+dt*k3);
```

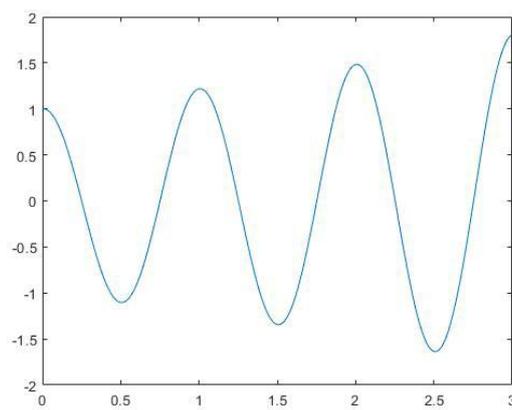
```
    K=(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
```

```
    Y=Y+K*dt;
```

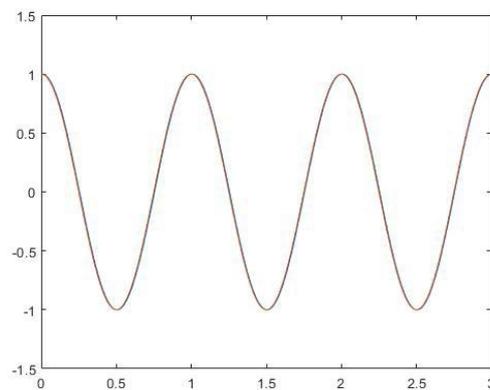
```
end
```

4.3

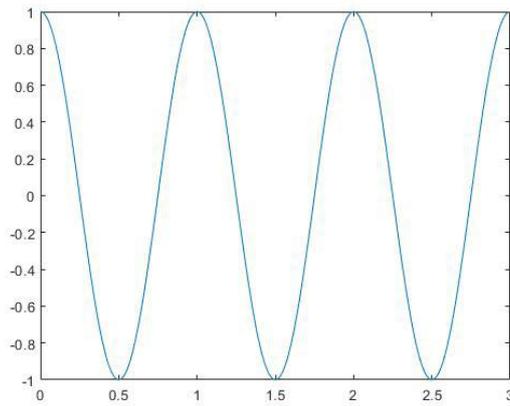
EULER explicite :



Solution exacte et EULER implicite :



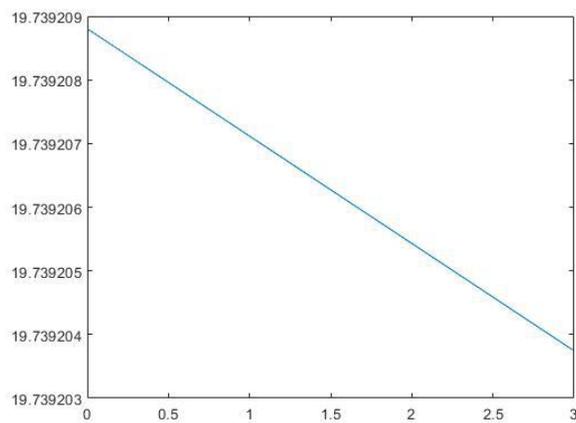
RUNGE KUTTA :



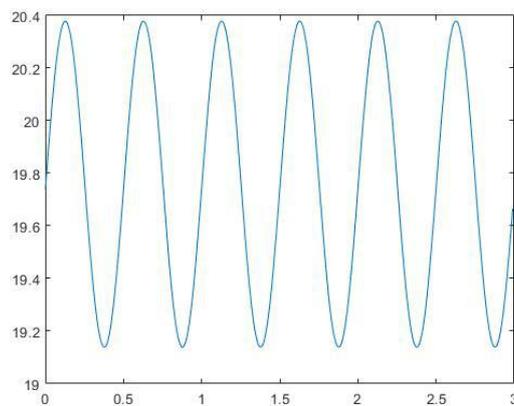
Les schéma d'EULER implicite et de RUNGE KUTTA sont plus précis et plus stables que le schéma d'EULER explicite.

4.4

RUNGE KUTTA :



EULER implicite



Et la quantité E^* associée au schéma d'EULER explicite diverge. On peut conclure que le schéma de RUNGE KUTTA est le plus stable.