

**Etude d'un oscillateur linéaire amorti à un degré de liberté**

**EX 1.1 Résolution avec un schéma d'EULER explicite**

**Programme:**

```

clc
clear all
close all

%% Condition initiale
w0=2*pi;
x0=0.01;
Dx0=0;
T0=1;
eps=0.02;

%% Euler explicite
Uexp(1,1)=x0;
Uexp(2,1)=Dx0;
% changer le pas de temps
% dt=0.01; % a) dt > 2*eps/w0 (0.0064) x diverge
% dt=2*eps/w0; % b) x oscille
% dt=0.8*2*eps/w0; % c) x converge
for dt=[0.01 2*eps/w0 0.8*2*eps/w0 0.2*2*eps/w0
0.05*2*eps/w0]
n=floor(10*T0/dt);
A=[1 dt;-w0^2*dt 1-2*dt*eps*w0];
% oscillateur linéaire amorti à lddl en Euler explicite
for i=2:n+1
    Uexp(:,i)=A*Uexp(:,i-1);
end
syms t
x=dsolve('D2x+2*0.02*2*pi*Dx+(2*pi)^2*x=0','x(0)=0.01',
'Dx(0)=0');
t=0:dt:dt*n;
x=subs(x,t);

%% Figure de x-exp et x exacte
figure
plot(t,Uexp(1,:))
hold on
plot(t,x)
grid on

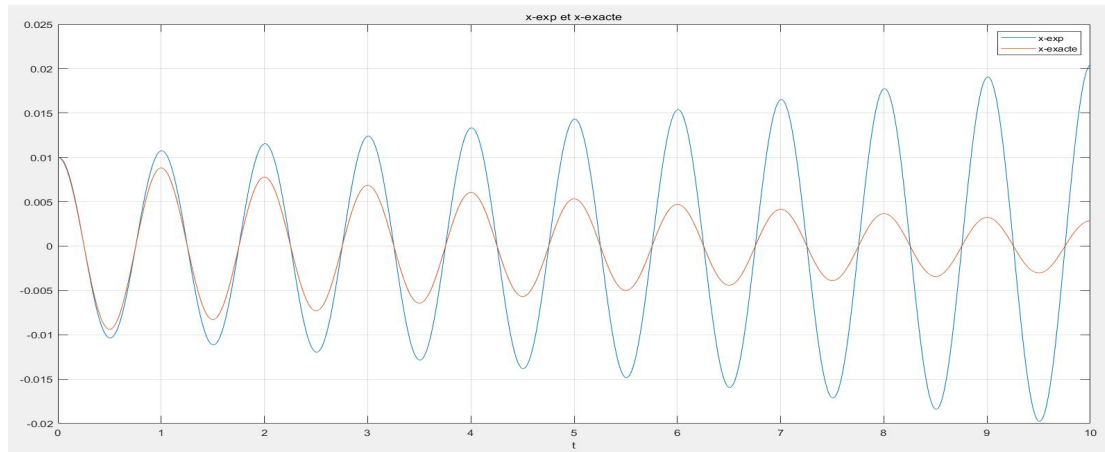
```

```
legend('x-exp', 'x-exacte');  
title('x-exp et x-exacte');  
xlabel('t');  
end
```

Résumé:

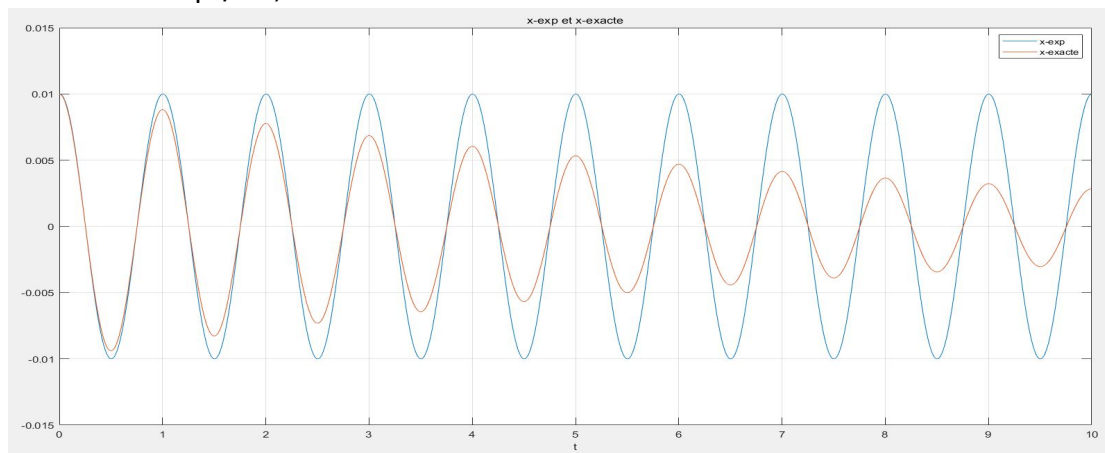
1.1.a)

Quand  $dt > 2 \cdot \text{eps}/w_0$  (0.0064), on choisit  $dt=0.01$ , x diverge.



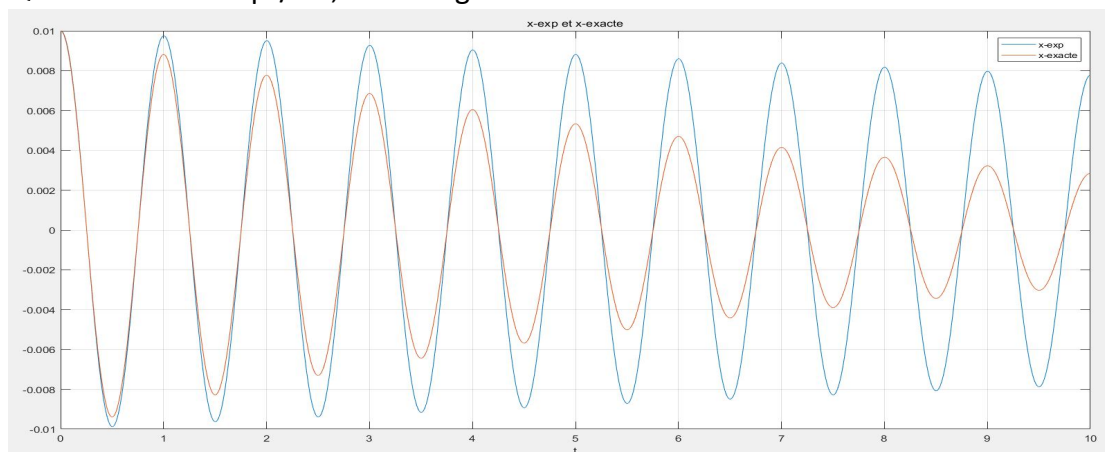
1.1. b)

Quand  $dt=2 \cdot \text{eps}/w_0$ , x oscille.



1.1.c)

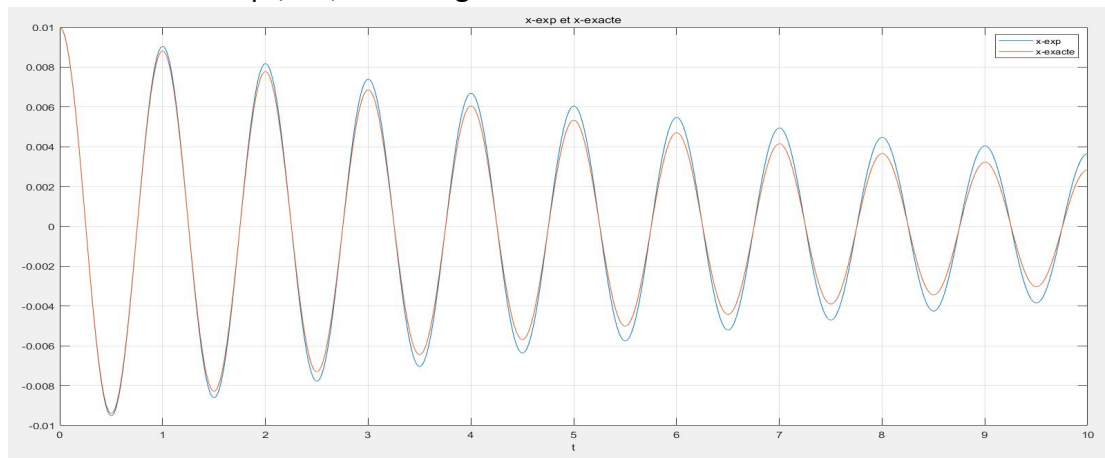
Quand  $dt=0.8 \cdot 2 \cdot \text{eps}/w_0$ , x converge.



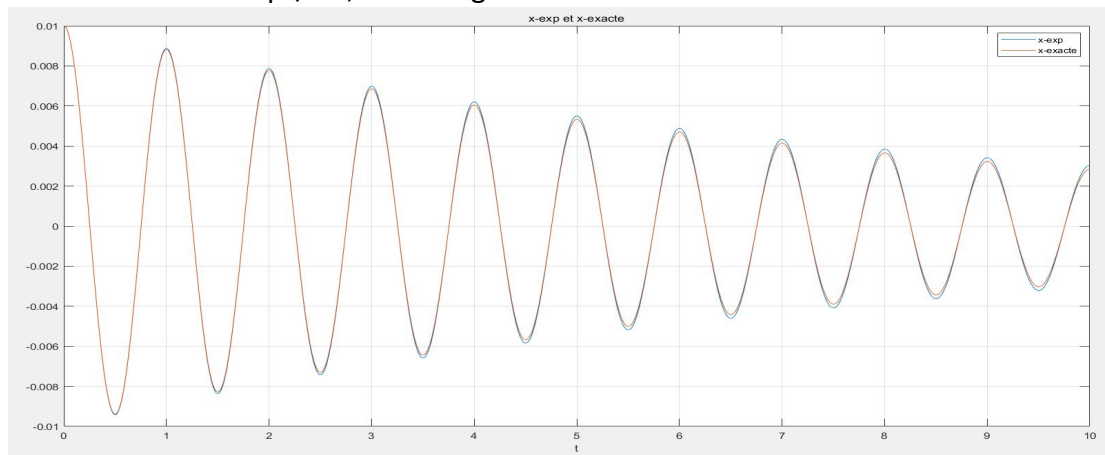
### 1.1.d)

#### Etude de la précision

Quand  $dt=0.2*2*\text{eps}/w_0$ , x converge.



Quand  $dt=0.05*2*\text{eps}/w_0$ , x converge.



Critère de la précision : x doit converger comme x-exacte, donc  $dt/(2*\text{eps}/w_0) \leq 0.05$ , mais le schéma Euler explicite diverge, ainsi la différence entre x-exp et x-exacte devient de plus en plus grande.

#### EX1.2 Résolution avec un schéma d'EULER implicite

Programme:

```
clc
clear all
close all

%% Condition initiale
w0=2*pi;
x0=0.01;
Dx0=0;
T0=1;
eps=0.02;

%% Euler implicite
```

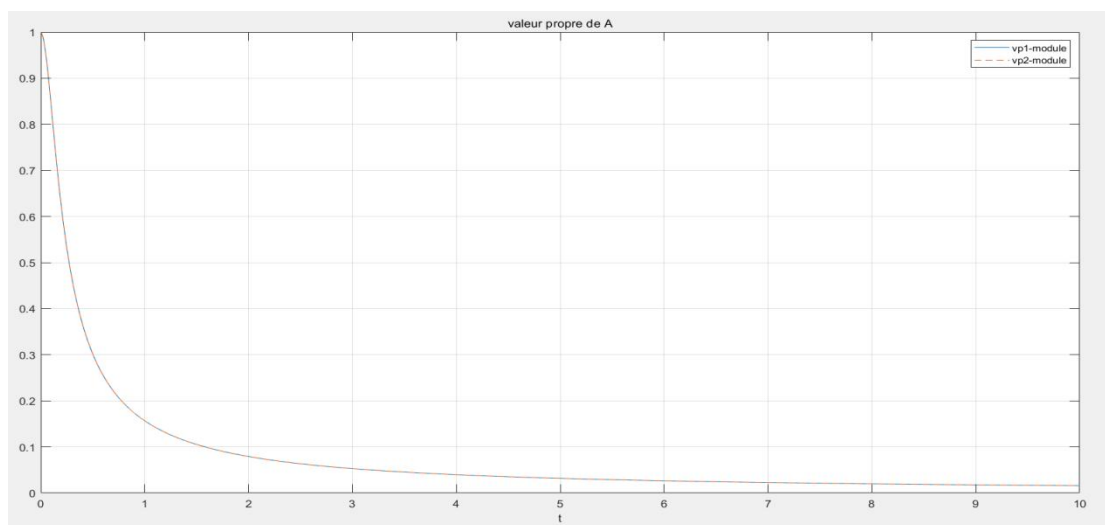
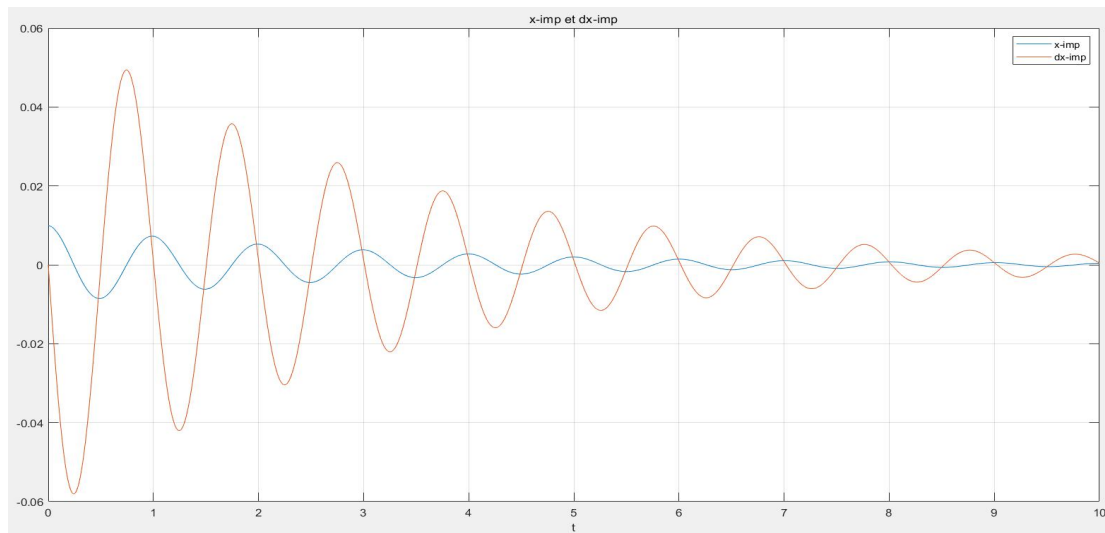
```

Uimp(1,1)=x0;
Uimp(2,1)=Dx0;
dt=0.01;
% calculer le pas de temps critique
n=floor(10*T0/dt);
B=[1+(w0*dt)^2 , 2*eps*w0*dt^2 ; w0^2*dt ,
1+2*eps*w0*dt];
C=[1 , dt ; 0 , 1];
A=C/B;
% oscillateur linéaire amorti à lddl en Euler implicite
for i=2:n+1
    Uimp(:,i)=A*Uimp(:,i-1);
end

%% Figure imp
figure
t=0:dt:dt*n;
plot(t,Uimp(1,:))
hold on
plot(t,Uimp(2,:))
grid on
legend('x-imp','dx-imp');
title('x-imp et dx-imp');
xlabel('t');

%% Matrice A
dt=0:0.01:10;
for i=1:length(dt)
    Bnew{1,i}=[1+(w0*dt(i))^2 , 2*eps*w0*dt(i)^2 ;
w0^2*dt(i) , 1+2*eps*w0*dt(i)];
    Cnew{1,i}=[1 , dt(i) ; 0 , 1];
    Anew{1,i}=Cnew{1,i}/Bnew{1,i};
    E{1,i}=eig(Anew{1,i});
    vp1_module(1,i)=norm(E{1,i}(1,1));
    vp2_module(1,i)=norm(E{1,i}(2,1));
end
figure
plot(dt,vp1_module)
hold on
plot(dt,vp2_module,'--')
grid on
legend('vp1-module','vp2-module');
title('valeur propre de A');
xlabel('t');

```



### Résumé:

$x$  et  $dx$  convergent, donc le schéma d'EULER implicite est précis.

Les modules des valeurs propres de  $A$  sont inférieure à 1 et ils convergent, donc il n'y a pas le pas de temps critique, car les solutions convergent toujours.

### EX1.3 Résolution avec un schéma de RUNGE KUTTA

Programme:

main.m

```
clc
```

```
clear all
```

```
close all
```

```
%% Condition initiale
```

```
w0=2*pi;
```

```
x0=0.01;
```

```
Dx0=0;
```

```
T0=1;
```

```

eps=0.02;
a=0;
b=100*T0;
% Changer le coefficient h

for h=[0.04 0.96 1.04]
dt=h*2*sqrt(2)/w0;

%% Figure de RK_45
figure
[t,x]=RK_45(@fun_OLA_1ddl,dt,[0.01 0],a,b);
plot(t,x(1,:),t,x(2,:));
grid on;
legend('x-RK45','dx-RK45');
title('x-RK45 et dx-RK45');
xlabel('t');
end

fun_OLA_1ddl.m
function dy=fun_OLA_1ddl(y,t)
w0=2*pi;
eps=0.02;
dy=zeros(2,1);
dy(1)=y(2);
dy(2)=-2*eps*w0*y(2)-w0^2*y(1);
end

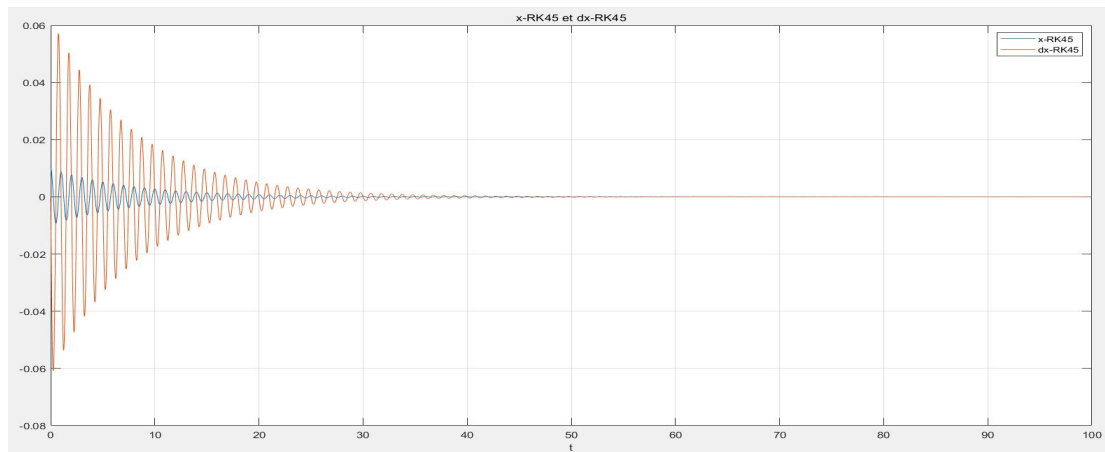
RK_45.m
function [t,y]=RK_45(fun,dt,y0,a,b)%(f,dt,CI,t0,tf)
y(:,1)=y0;
t(1,1)=0;
n=(b-a)/dt;

for i=1:n
t(1,i+1)=t(1,i)+dt;
k1=fun(y(:,i),t(1,i));
k2=fun(y(:,i)+k1*dt/2,t(1,i)+dt/2);
k3=fun(y(:,i)+k2*dt/2,t(1,i)+dt/2);
k4=fun(y(:,i)+k3*dt,t(1,i)+dt);
K=(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
y(:,i+1)=y(:,i)+K*dt;
end
end

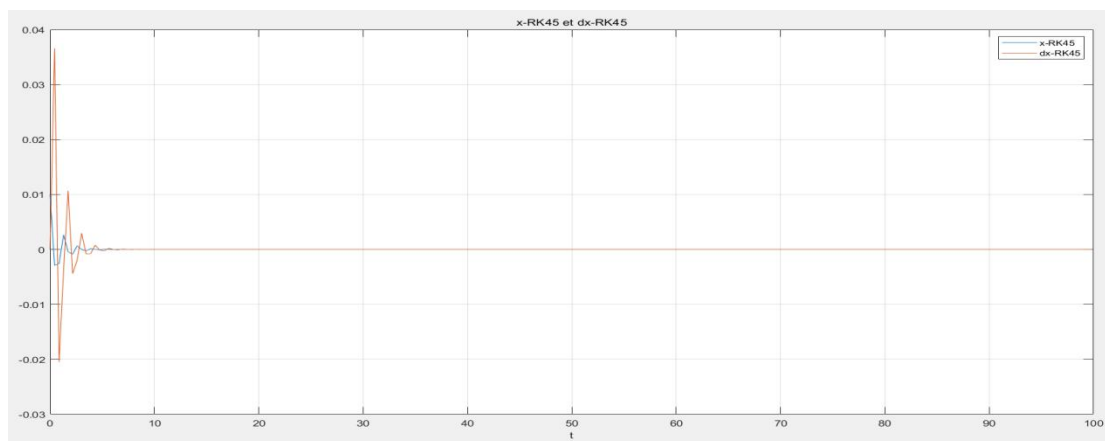
```

## Résumé:

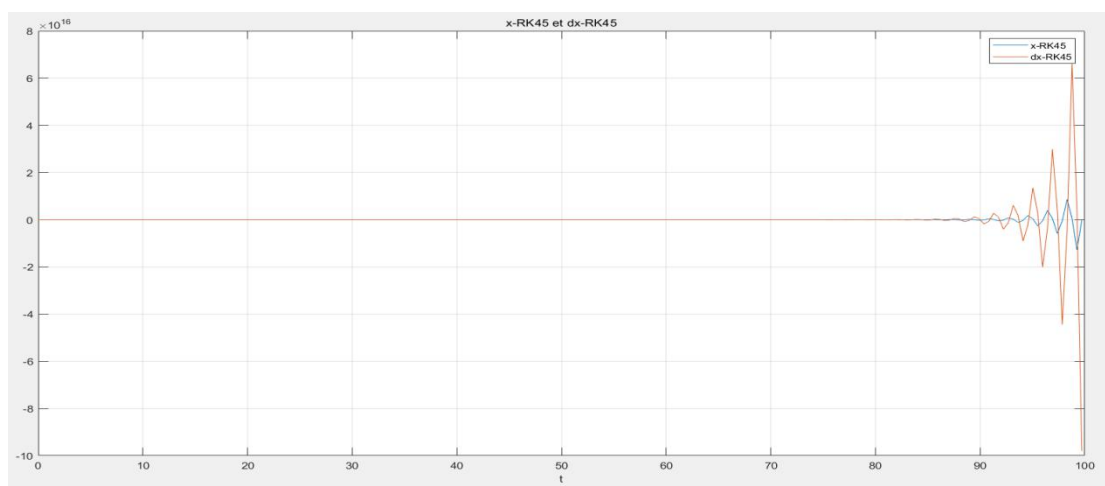
Quand  $h=0.04$



Quand  $h=0.96$



Quand  $h=1.04$



Donc, quand  $h < h_c$ , la solution converge, plus  $h$  est petit, plus la convergence est lente.

Quand  $h > h_c$ , la solution diverge, plus  $h$  est grand, plus la divergence est vite.

Par dichotomie, on obtient approximative du pas de temps critique :

$h_c=1.013$ , avec  $h_{\max}=1.014$ ,  $h_{\min}=1.013$ .

## Etude d'un double pendule avec l'hypothèse des petits mouvements

### EX 1 Résolution avec un schéma de NEWMARK explicite

#### 1.1

```
%% Calcul de q en Newmark explicite
U_Newexp(1,1)=theta10;
U_Newexp(2,1)=theta20;
U_Newexp(3,1)=dtheta10;
U_Newexp(4,1)=dtheta20;
n=floor(T0/dt);

for t=0:dt:dt*n
B=m*a^2*[2 1;1 1];
C=m*g*a*[2 0;0 1];
D=F0*sin(w*t).*[a;a/sqrt(2)];
U_Newexp(5:6,1)=inv(B)*(D-C*[theta10;theta20]);
% équation du mouvement: Bq'+Cq=D;
E=[dt/2*inv(B)*D ;
dt*inv(B)*D-dt^2/4*inv(B)*C*inv(B)*D];
A=[eye(2)-dt^2/2*inv(B)*C , eye(2)*dt ;
-dt*inv(B)*C+dt^3/4*(inv(B)*C)^2 ,
eye(2)-dt^2/2*inv(B)*C];
for i=2:n+1
    U_Newexp(1:4,i)=A*U_Newexp(1:4,i-1)+E;

U_Newexp(5:6,i)=inv(B)*(D-C*[U_Newexp(1,i);U_Newexp(2,
i)]);
    %U(j+1)=A*U(j)+E , Bq'+Cq=D;
end
end
```

#### Résumé:

Soit l'équation du mouvement :  $Bq'+Cq=D$ . Soit  $q=[\theta_1; \theta_2]$ ,  $q(j+1)=A^*q(j)+E$

Donc, on a la matrice d'amplification

$A=[\text{eye}(2)-dt^2/2*\text{inv}(B)*C , \text{eye}(2)*dt ; -dt*\text{inv}(B)*C+dt^3/4*(\text{inv}(B)*C)^2 ,$   
 $\text{eye}(2)-dt^2/2*\text{inv}(B)*C];$

avec  $E=[dt/2*\text{inv}(B)*D ; dt*\text{inv}(B)*D-dt^2/4*\text{inv}(B)*C*\text{inv}(B)*D];$

#### 1.2

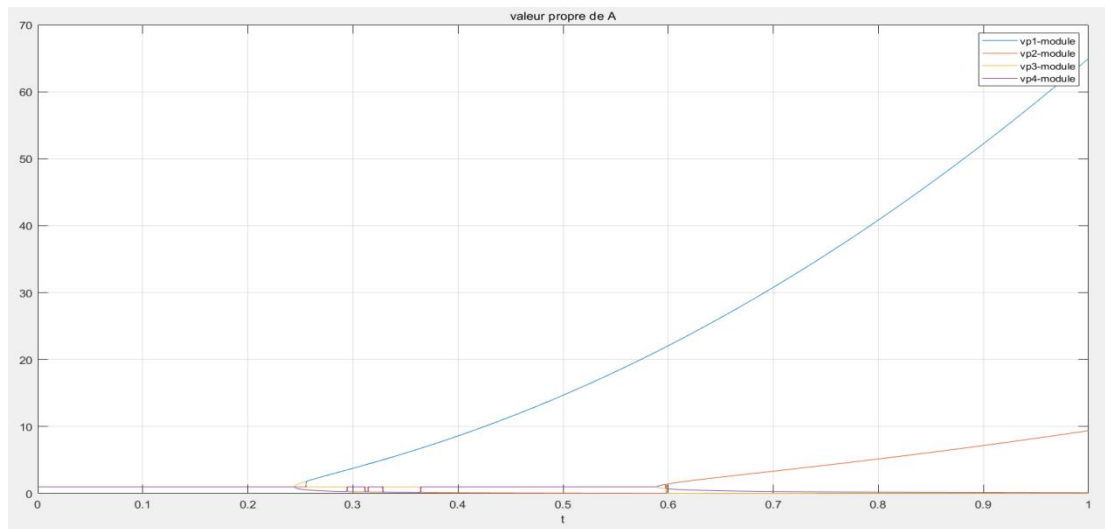
```
%% Matrice A
dt=0:0.001:1;
for i=1:length(dt)
B=m*a^2*[2 1;1 1];
C=m*g*a*[2 0;0 1];
Anew{1,i}=[eye(2)-dt(i)^2/2*inv(B)*C , eye(2)*dt(i) ;
-dt(i)*inv(B)*C+dt(i)^3/4*(inv(B)*C)^2 ,
```



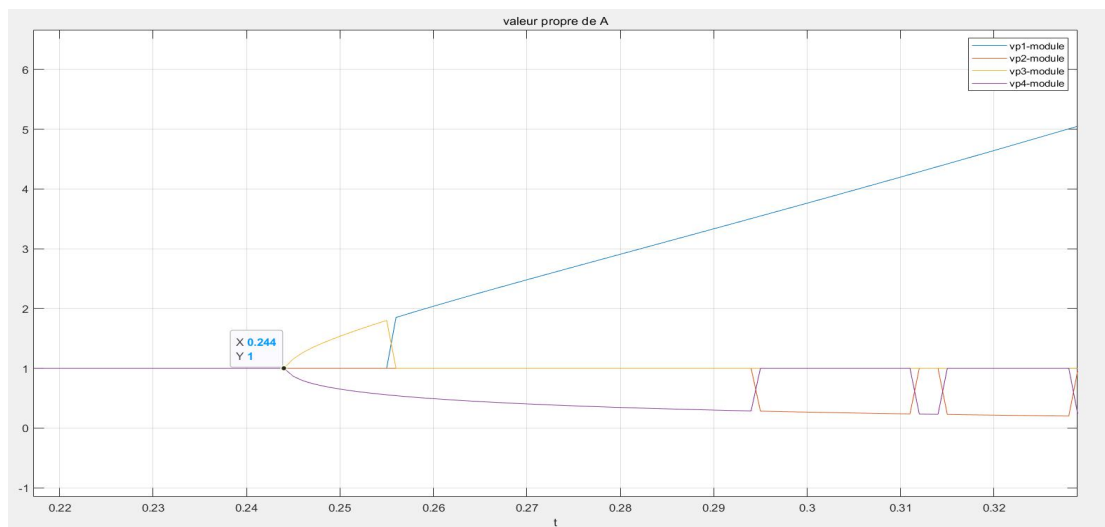
```

eye(2)-dt(i)^2/2*inv(B)*C];
Enew{1,i}=eig(Anew{1,i});
vp1_module(1,i)=norm(Enew{1,i}(1,1));
vp2_module(1,i)=norm(Enew{1,i}(2,1));
vp3_module(1,i)=norm(Enew{1,i}(3,1));
vp4_module(1,i)=norm(Enew{1,i}(4,1));
end

```



**Zoom:**



**Résumé:**

On peut obtenir le pas de temps critique est  $dt=0.244$

### 1.3

$$m \cdot a^2 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} q''(0) + m \cdot g \cdot a \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} q(0) = F_0 \sin(\omega t) \begin{bmatrix} a \\ a/\sqrt{2} \end{bmatrix};$$

### 1.4

$$q(j+1) = q(j) + dt \cdot q'(j) + dt^2/2 \cdot q''(j);$$

$$m \cdot a^2 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} q''(j) + m \cdot g \cdot a \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} q(j) = F_0 \sin(\omega t) \begin{bmatrix} a \\ a/\sqrt{2} \end{bmatrix};$$

$$q'(j+1) = q'(j) + dt/2 \cdot q''(j) + dt/2 \cdot q''(j+1);$$

## 1.5

```
clc
clear all
close all

%% Condition initiale
syms t
m=2;
a=0.5;
g=9.81;
F0=20;
w=2*pi;
theta10=0;
theta20=0;
dtheta10=-1.31519275;
dtheta20=-1.85996342;
T0=8;
dt=0.02;
gamma=0.5;
beta=0;

%% Calcul de q en Newmark explicite
U_Newexp(1,1)=theta10;
U_Newexp(2,1)=theta20;
U_Newexp(3,1)=dtheta10;
U_Newexp(4,1)=dtheta20;
n=floor(T0/dt);

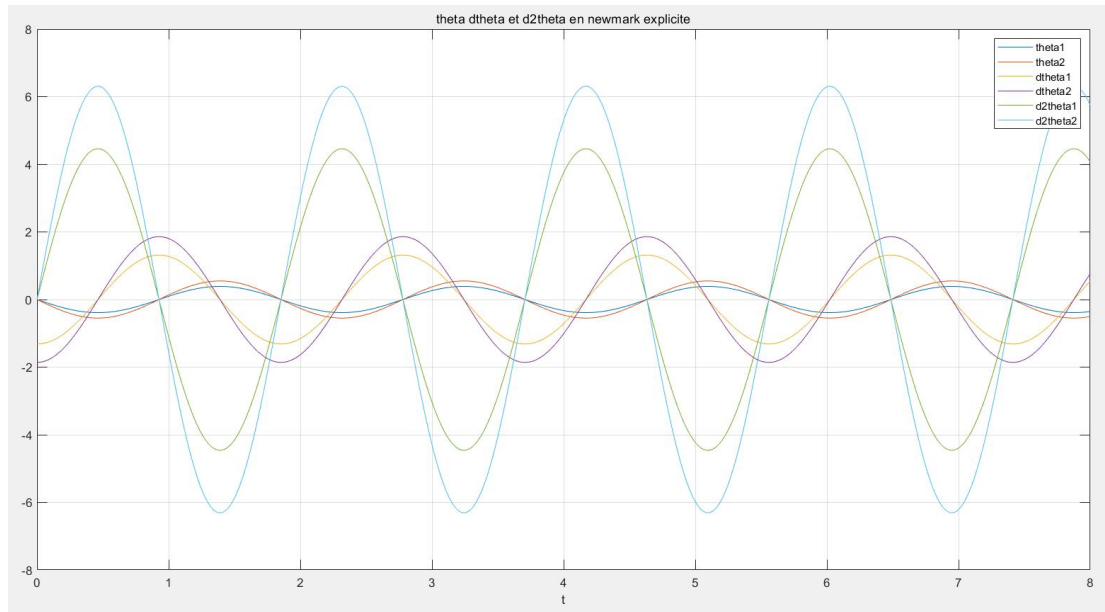
for t=0:dt:dt*n
    B=m*a^2*[2 1;1 1];
    C=m*g*a*[2 0;0 1];
    D=F0*sin(w*t).*[a;a/sqrt(2)];
    U_Newexp(5:6,1)=inv(B)*(D-C*[theta10;theta20]);
    % équation du mouvement: Bq'+Cq=D;
    E=[dt/2*inv(B)*D ;
    dt*inv(B)*D-dt^2/4*inv(B)*C*inv(B)*D];
    A=[eye(2)-dt^2/2*inv(B)*C , eye(2)*dt ;
    -dt*inv(B)*C+dt^3/4*(inv(B)*C)^2 ,
    eye(2)-dt^2/2*inv(B)*C];
    for i=2:n+1
        U_Newexp(1:4,i)=A*U_Newexp(1:4,i-1)+E;

    U_Newexp(5:6,i)=inv(B)*(D-C*[U_Newexp(1,i);U_Newexp(2,
    i)]);
```

```

    %U(j+1)=A*U(j)+E , Bq''+Cq=D;
end
end

```



### 1.6

```

% en 0s, dt, 2*dt, 0.5s
U=U_Newexp(:, [1 2 3 26])
U=

```

0	-0.0263	-0.0525	-0.3852
0	-0.0372	-0.0742	-0.5447
-1.3152	-1.3122	-1.3031	0.1635
-1.8600	-1.8557	-1.8429	0.2312
-0.0000	0.3023	0.6032	4.4267
-0.0000	0.4275	0.8531	6.2603

## EX 2 Résolution avec un schéma de NEWMARK implicite

### 2.1

```
%% Calcul de q en Newmark implicite
U_Newimp(1,1)=theta10;
U_Newimp(2,1)=theta20;
U_Newimp(3,1)=dtheta10;
U_Newimp(4,1)=dtheta20;
n=floor(T0/dt);

for t=0:dt:dt*n
B=m*a^2*[2 1;1 1];
C=m*g*a*[2 0;0 1];
D=F0*sin(w*t).*[a;a/sqrt(2)];
U_Newimp(5:6,1)=inv(B)*(D-C*[theta10;theta20]);
% U_Newimp(5:6,1)=[0;0];
% équation du mouvement: Bq''+Cq=D;
E=[eye(2)+1/4*dt^2*inv(B)*C];
F=[E zeros(2) ; zeros(2) eye(2)];
G=[eye(2)-1/4*dt^2*inv(B)*C , eye(2)*dt ;

-1/2*dt*inv(B)*C*(eye(2)+inv(E)-1/4*dt^2*inv(E)*inv(B)
*C) , eye(2)-1/2*dt^2*inv(B)*C*inv(E) ];
H=[1/2*dt^2*inv(B)*D ;
dt*inv(B)*D-1/4*dt^3*inv(B)*C*inv(E)*inv(B)*D];
A=inv(F)*G;
%F*U(j+1)=G*U(j)+H

for i=2:n+1
    U_Newimp(1:4,i)=A*U_Newimp(1:4,i-1)+inv(F)*H;

U_Newimp(5:6,i)=inv(B)*(D-C*[U_Newimp(1,i);U_Newimp(2,
i)]);
    %U(j+1)=A*U(j)+E , Bq''+Cq=D;
end
end
```

#### Résumé:

Soit l'équation du mouvement :  $Bq''+Cq=D$ . Soit  $q=[\theta_1; \theta_2]$ ,

$F*q(j+1)=G*q(j)+H$

Donc, on a la matrice d'amplification

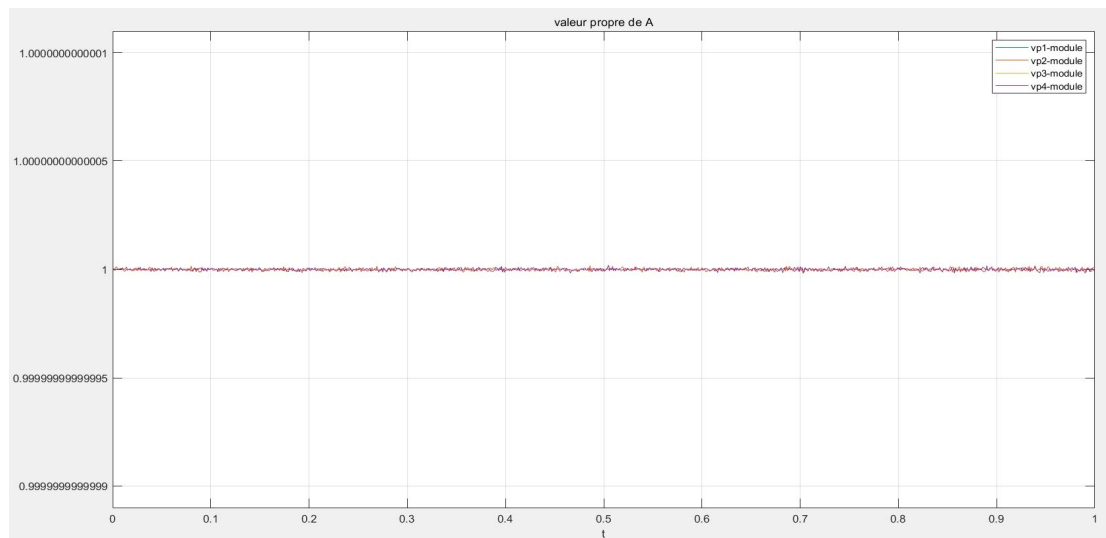
$A=inv(F)*G$ ;

avec  $H=[1/2*dt^2*inv(B)*D ; dt*inv(B)*D-1/4*dt^3*inv(B)*C*inv(E)*inv(B)*D]$ ;

## 2.2

```
%% Matrice A
dt=0:0.001:1;
for i=1:length(dt)
B=m*a^2*[2 1;1 1];
C=m*g*a*[2 0;0 1];
Enew{1,i}=[eye(2)+1/4*dt(i)^2*inv(B)*C];
Fnew{1,i}=[Enew{1,i} zeros(2) ; zeros(2) eye(2)];
Gnew{1,i}=[eye(2)-1/4*dt(i)^2*inv(B)*C ,
eye(2)*dt(i) ;

-1/2*dt(i)*inv(B)*C*(eye(2)+inv(Enew{1,i}))-1/4*dt(i)^
2*inv(Enew{1,i})*inv(B)*C) ,
eye(2)-1/2*dt(i)^2*inv(B)*C*inv(Enew{1,i}) ];
Anew{1,i}=inv(Fnew{1,i})*Gnew{1,i};
Enew{1,i}=eig(Anew{1,i});
vp1_module(1,i)=norm(Enew{1,i}(1,1));
vp2_module(1,i)=norm(Enew{1,i}(2,1));
vp3_module(1,i)=norm(Enew{1,i}(3,1));
vp4_module(1,i)=norm(Enew{1,i}(4,1));
end
```



### Résumé:

Il n'y a pas le pas de temps critique, car les modules des valeurs propres de A sont environ 1.

## 2.3

$$m*a^2*[2 \ 1; \ 1 \ 1]*q''(0)+m*g*a*[2 \ 0; \ 0 \ 1]*q(0)=F0*\sin(wt)*[a;a/\sqrt{2}];$$

## 2.4

$$q(j+1)=q(j)+dt*q'(j)+dt^2/4*q''(j)+dt^2/4*q''(j+1);$$

$$m*a^2*[2 \ 1; \ 1 \ 1]*q''(j)+m*g*a*[2 \ 0; \ 0 \ 1]*q(j)=F0*\sin(wt)*[a;a/\sqrt{2}];$$

$$q'(j+1)=q'(j)+dt/2*q''(j)+dt/2*q''(j+1);$$

## 2.5

```
clc
clear all
close all

%% Condition initiale
syms t
m=2;
a=0.5;
g=9.81;
F0=20;
w=2*pi;
theta10=0;
theta20=0;
dtheta10=-1.31519275;
dtheta20=-1.85996342;
T0=8;
dt=0.02;
gamma=0.5;
beta=0.25;

%% Calcul de q en Newmark implicite
U_Newimp(1,1)=theta10;
U_Newimp(2,1)=theta20;
U_Newimp(3,1)=dtheta10;
U_Newimp(4,1)=dtheta20;
n=floor(T0/dt);

for t=0:dt:dt*n
B=m*a^2*[2 1;1 1];
C=m*g*a*[2 0;0 1];
D=F0*sin(w*t).*[a;a/sqrt(2)];
U_Newimp(5:6,1)=inv(B)*(D-C*[theta10;theta20]);
% U_Newimp(5:6,1)=[0;0];
% équation du mouvement: Bq'+Cq=D;
E=[eye(2)+1/4*dt^2*inv(B)*C];
F=[E zeros(2) ; zeros(2) eye(2)];
G=[eye(2)-1/4*dt^2*inv(B)*C , eye(2)*dt ;

-1/2*dt*inv(B)*C*(eye(2)+inv(E)-1/4*dt^2*inv(E)*inv(B)
*C) , eye(2)-1/2*dt^2*inv(B)*C*inv(E) ];
H=[1/2*dt^2*inv(B)*D ;
dt*inv(B)*D-1/4*dt^3*inv(B)*C*inv(E)*inv(B)*D];
A=inv(F)*G;
```

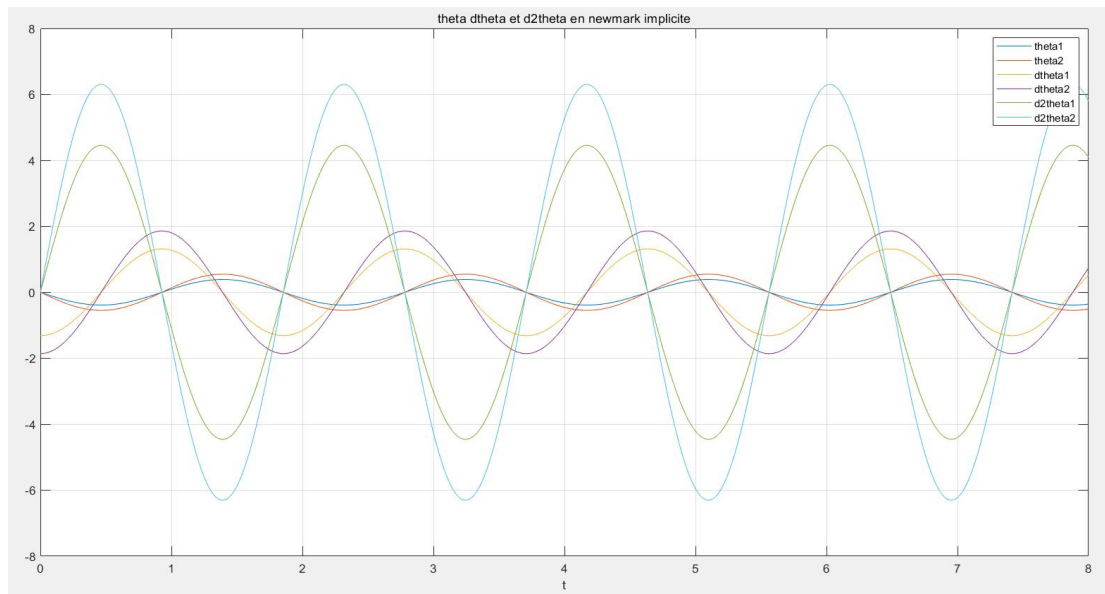
```

%F*U(j+1)=G*U(j)+H

for i=2:n+1
    U_Newimp(1:4,i)=A*U_Newimp(1:4,i-1)+inv(F)*H;

U_Newimp(5:6,i)=inv(B)*(D-C*[U_Newimp(1,i);U_Newimp(2,
i)]);
    %U(j+1)=A*U(j)+E , Bq'+Cq=D;
end
end

```



## 2.6

```

% en 0s, dt, 2*dt, 0.5s
U=U_Newexp(:, [1 2 3 26])
U=

```

0	-0.0263	-0.0524	-0.3850
0	-0.0372	-0.0741	-0.5444
-1.3152	-1.3122	-1.3031	0.1622
-1.8600	-1.8557	-1.8429	0.2294
-0.0000	0.3020	0.6025	4.4247
-0.0000	0.4270	0.8521	6.2574

## Oscillateur non linéaire à un degré de liberté

### EX1 Résolution avec un schéma de Newmark explicite

#### 1.1

```
q(j+1)=q(j)+dt*q'(j)+dt^2/2*q''(j);  
q''(j+1)=-w0^2*q(j+1)*(1+a*q(j+1)^2);  
q'(j+1)=q'(j)+dt/2*q''(j)+dt/2*q''(j+1);
```

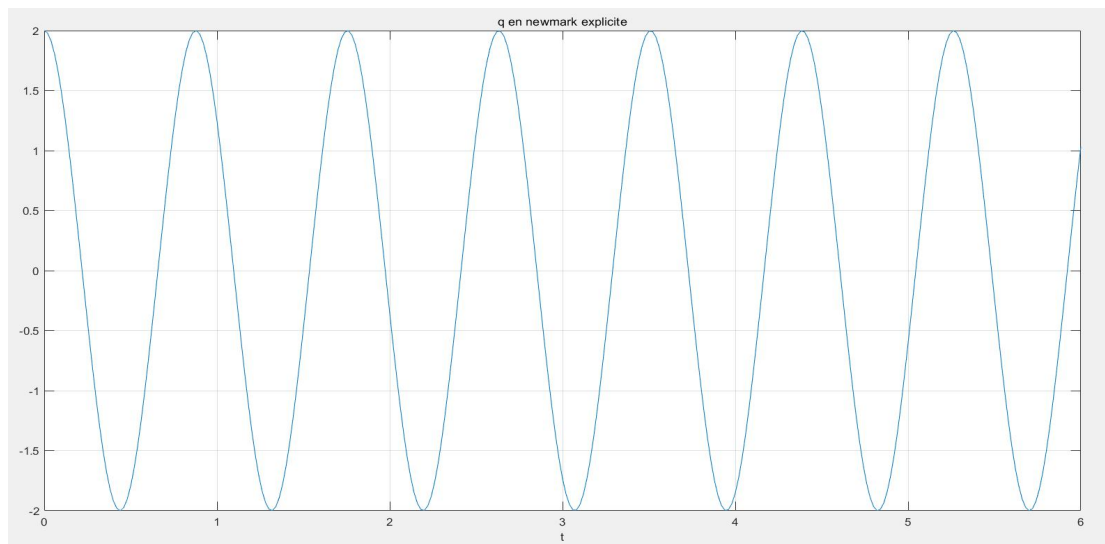
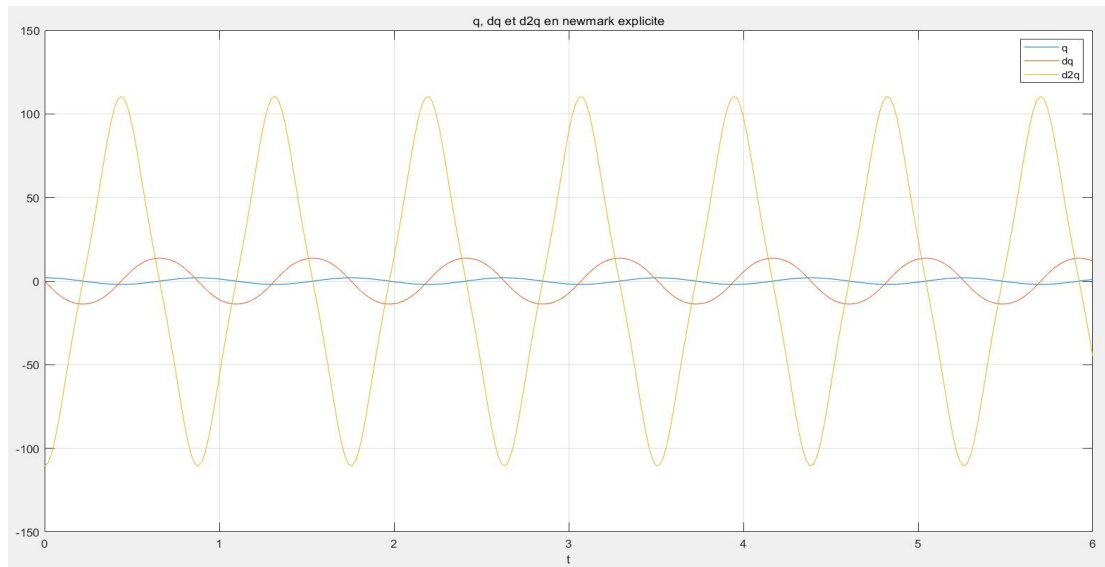
#### 1.2

##### Programme:

```
clc  
clear all  
close all  
  
%% Condition initiale  
a=0.1;  
w0=2*pi;  
q0=2;  
dq0=0;  
T0=6;  
dt=0.02;  
gamma=0.5;  
beta=0;  
  
%% Calcul de q en Newmark explicite  
U_Newexp(1,1)=q0;  
U_Newexp(2,1)=dq0;  
U_Newexp(3,1)=-w0^2*q0*(1+a*q0^2);  
E(1,1)=1/2*w0^2*U_Newexp(1,1)^2+1/4*w0^2*a*U_Newexp(1,  
1)^4+1/2*U_Newexp(2,1)^2;  
n=floor(T0/dt);  
for i=2:n+1  
  
U_Newexp(1,i)=U_Newexp(1,i-1)+dt*U_Newexp(2,i-1)+dt^2  
/2*U_Newexp(3,i-1);  
  
U_Newexp(3,i)=-w0^2*U_Newexp(1,i)*(1+a*(U_Newexp(1,i)  
^2));  
  
U_Newexp(2,i)=U_Newexp(2,i-1)+dt/2*U_Newexp(3,i-1)+dt  
/2*U_Newexp(3,i);  
  
E(1,i)=1/2*w0^2*U_Newexp(1,i)^2+1/4*w0^2*a*U_Newexp(1,  
i)^4+1/2*U_Newexp(2,i)^2;  
end
```



### 1.3



```
% q en 0s, dt, 2*dt, T0  
U=U_Newexp(1,[1 2 3 n+1])  
U =
```

```
2.0000    1.9779    1.9123    1.0329
```

## EX2 Résolution avec un schéma de Newmark implicite

### 2.1

Il faut minimiser le résidu,

$$\text{residu} = \text{abs}((q'') + w_0^2(q^*)(1 + a(q^*)^2));$$

### 2.2

$$(q''^{j+1}) = (q''^j) + \text{delta}q''^{j+1};$$

$$f(q''^{j+1}, q^{j+1}) = (q''^j) + w_0^2(q^j)(1 + a(q^j)^2);$$

$$\text{delta}q''^{j+1} = -f(q''^{j+1}, q^{j+1}) / (df/dq''^{j+1} + df/q^{j+1} * \text{beta} * dt^2);$$

### 2.3

**Programme:**

```
clc
clear all
close all

%% Condition initiale
a=0.1;
w0=2*pi;
q0=2;
dq0=0;
T0=6;
dt=0.02;
gamma=0.5;
beta=0.25;

%% Etat initial
U_Newimp(1,1)=q0;
U_Newimp(2,1)=dq0;
U_Newimp(3,1)=-w0^2*q0*(1+a*q0^2);
E(1,1)=1/2*w0^2*U_Newimp(1,1)^2+1/4*w0^2*a*U_Newimp(1,1)^4+1/2*U_Newimp(2,1)^2;
n=floor(T0/dt);
e=0.0001;
%% Calcul de q* en Newmark implicite
for i=2:n+1
    U_Newimp(3,i)=0;

    U_Newimp(2,i)=U_Newimp(2,i-1)+dt*(1-gamma)*U_Newimp(3,i-1);

    U_Newimp(1,i)=U_Newimp(1,i-1)+dt*U_Newimp(2,i-1)+dt^2*(0.5-beta)*U_Newimp(3,i-1);
```

```

residu=abs(U_Newimp(3,i)+w0^2*U_Newimp(1,i)*(1+a*(U_N
ewimp(1,i))^2));
    while residu>=e

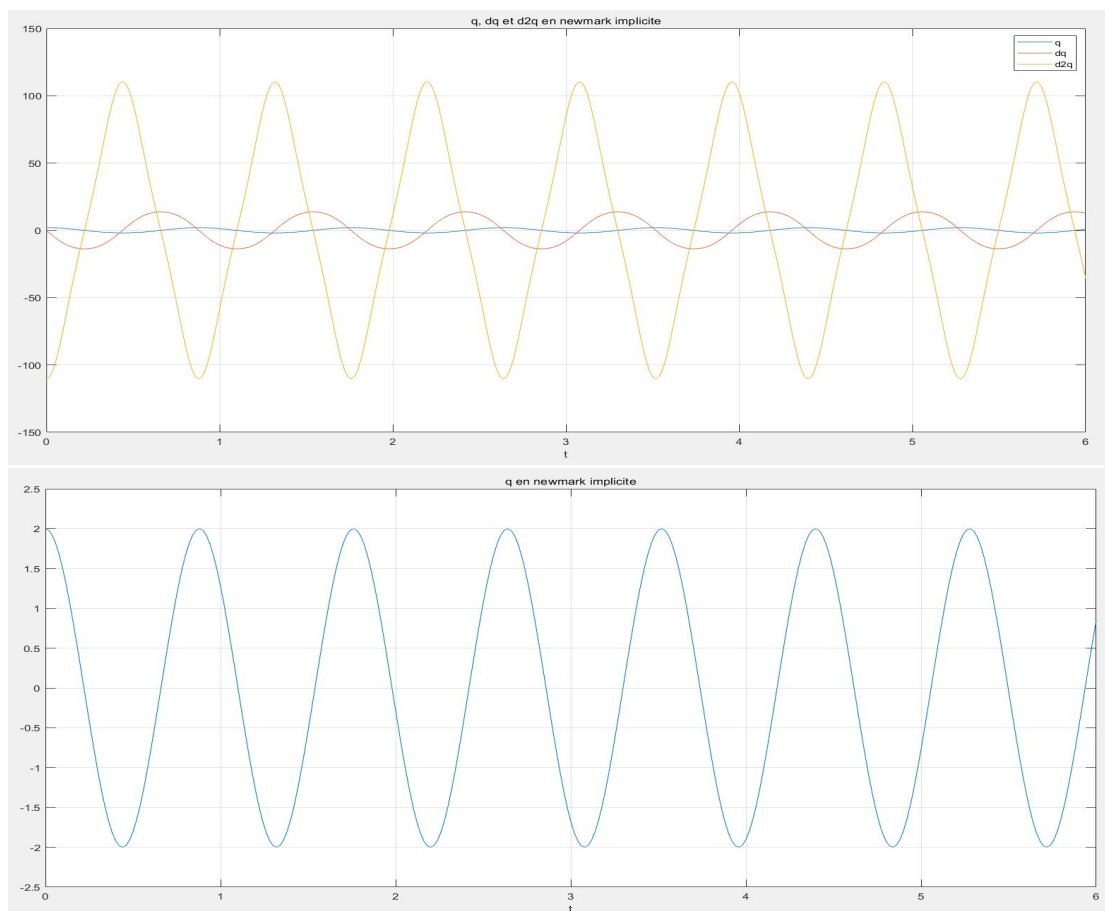
f=U_Newimp(3,i)+w0^2*U_Newimp(1,i)*(1+a*(U_Newimp(1,i)
)^2);

deltad2q=-f/(1+beta*dt^2*(w0^2+3*w0^2*a*(U_Newimp(1,i)
)^2));
    deltaq=beta*dt^2*deltad2q;
    deltadq=gamma*dt*deltad2q;
    U_Newimp(1,i)=U_Newimp(1,i)+deltaq;
    U_Newimp(2,i)=U_Newimp(2,i)+deltadq;
    U_Newimp(3,i)=U_Newimp(3,i)+deltad2q;

residu=abs(U_Newimp(3,i)+w0^2*U_Newimp(1,i)*(1+a*(U_N
ewimp(1,i))^2));

E(1,i)=1/2*w0^2*U_Newimp(1,i)^2+1/4*w0^2*a*U_Newimp(1,
i)^4+1/2*U_Newimp(2,i)^2;
    end
end

```



## 2.4

```
% q en 0s, dt, 2*dt, T0
U=U_Newimp(1, [1 2 3 n+1])
U =
```

```
2.0000    1.9781    1.9131    0.8492
```

## EX 3 Energie mécanique

### 3.1

$$Ec = \frac{1}{2} m \dot{q}^2$$

$$Ep = \int F dq$$

$$E = Ec + Ep = \frac{1}{2} m \dot{q}^2 + \frac{1}{2} k q^2 + \frac{1}{4} k a q^4 + cte$$

### 3.2

Soit cte=0 et m=1, en newmark explicite

```
E(1,1)=1/2*w0^2*U_Newexp(1,1)^2+1/4*w0^2*a*U_Newexp(1,1)^4+1/2*U_Newexp(2,1)^2;
```

```
for i=2:n+1
```

```
E(1,i)=1/2*w0^2*U_Newexp(1,i)^2+1/4*w0^2*a*U_Newexp(1,i)^4+1/2*U_Newexp(2,i)^2;
```

```
end
```

```
Emoyenne=mean(E(1,:))
```

Soit cte=0 et m=1, en newmark implicite

```
E(1,1)=1/2*w0^2*U_Newimp(1,1)^2+1/4*w0^2*a*U_Newimp(1,1)^4+1/2*U_Newimp(2,1)^2;
```

```
for i=2:n+1
```

```
E(1,i)=1/2*w0^2*U_Newimp(1,i)^2+1/4*w0^2*a*U_Newimp(1,i)^4+1/2*U_Newimp(2,i)^2;
```

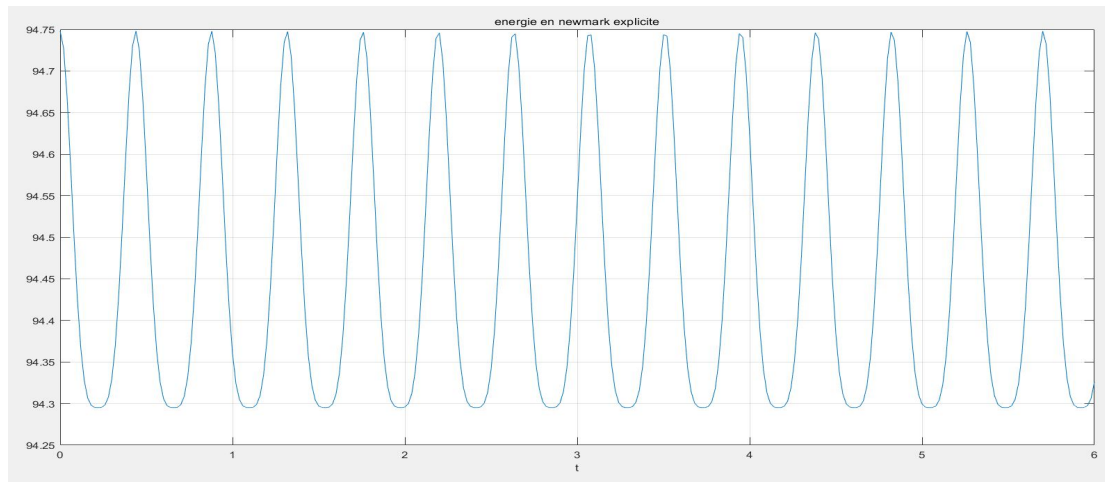
```
end
```

```
Emoyenne=mean(E(1,:))
```

### 3.3

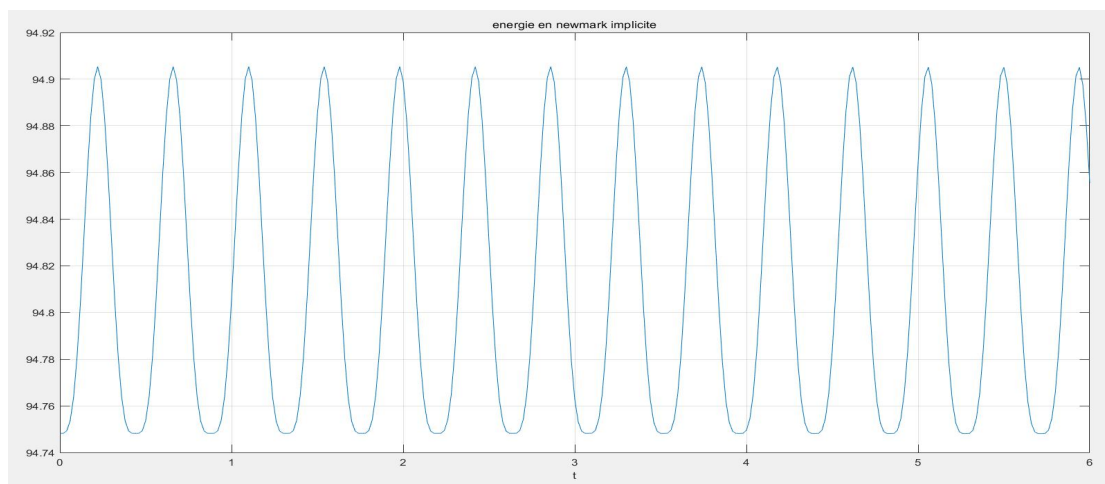
Quand  $dt=0.02$ , en newmark explicite

Emoyenne = 94.4561



Quand  $dt=0.02$ , en newmark implicite

Emoyenne = 94.8102



#### Résumé:

L'énergie mécanique est presque une constante, car il n'y a pas d'amortissement dans ce modèle. Parce que les solutions des deux schémas ne sont pas précis, donc l'énergie mécanique oscille un peu, et l'énergie moyenne en newmark implicite est un peu plus grande que celle en newmark explicite.