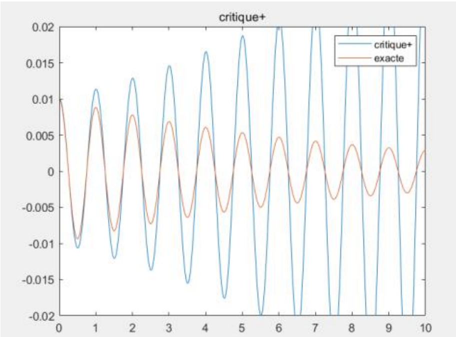
Rapport de mecanique numerique

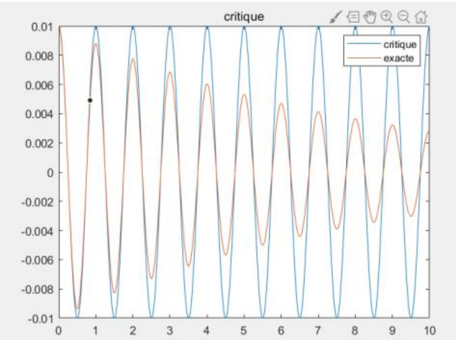
Vivien SY1924138

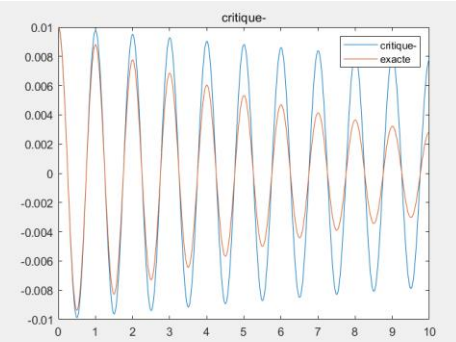
EX1- Oscillateur lineaire amorti a un degre de liberte

Q1

```
%Resolution avec un schema d'EULER explicite
w0=2*pi; e=0.02; q0=0.01; Dq0=0;T0=10;
%on peut changer valeur de deltat,
deltat = 2*e/w0;
t = 0:deltat:T0;
%on peut obtenir la matrice d'amplification
A1=[1,deltat;-w0*w0*deltat,1-2*e*w0*deltat];
U1(:,1) = [q0;Dq0];
for j = 2:length(t)
    U1(:,j) = A1*U1(:,j-1);
end
clf;
plot(t,U1(1,:))
%comparer avec la solution exacte
hold on
syms q
syms x
w=w0*sqrt(1-e*e);
q= exp(-e*w0*x)*(q0*cos(w*x)+((e*w0*q0+Dq0)/w)*sin(w*x));
ezplot(q,[0,10,-0.01,0.01])
title('critique')
legend('critique','exacte')
```



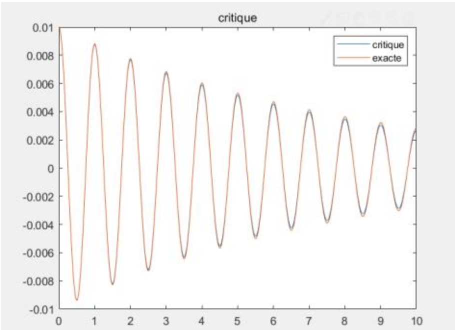




Les figures au dessus sont les resultats de 1.1.a, 1.1.b, 1.1.c.

Pour la precision, il y a 2 domaines, precision en periode et precision en amplitude, je calcule la somme de erreur pour chaque valeur de "deltat", cela est mon critere de la precision.

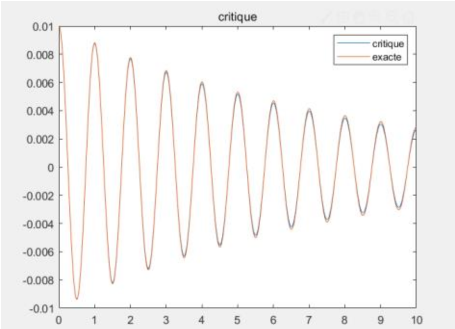
Enfin, quand le ratio est inferieur a 0.05, il y a precision suffisant, et le figure est au dessous :



Q 2

```
clear all;
w0=2*pi; e=0.02; q0=0.01; Dq0=0.0;T0=10.0;
%on peut changer valeur de deltat
deltat = 0.1*e/w0;
t = 0:deltat:T0;
A2=inv([1,-deltat;w0*w0*deltat,1+deltat*2*e*w0]);U2(:,1) = [q0;Dq0];
for j = 1:length(t)-1
    U2(:,j+1) = A2*U2(:,j);
end
clf;
plot(t,U2(1,:))
hold on
syms q
syms x
w= w0*sqrt(1-e*e)
q= exp(-e*w0*x)*(q0*cos(w*x)+((e*w0*q0+Dq0)/w)*sin(w*x))
ezplot(q,[0,10,-0.01,0.01])
title('critique')
legend('critique','exacte’)
```

le dessin est au dessous :



Pour trouver le pas de temps critique, on peut trouver l'influence de valeur propre de la matrice d'amplification :

```
clear all;
w0=2*pi; e=0.02; q0=0.01; Dq0=0.0;T0=10.0;
%on peut changer valeur du pas de temps
dt=0.02 ;
t=0 :dt :1 ;
for j = 2:length(t)
        A2=inv([1,-t(j);w0*w0*t(j),1+t(j)*2*e*w0]);
        VP(:,j)=eig(A2);
end
for j=1:length(VP)
        if abs(real(max(VP(:,j)))-1)<0.02
                a=t(j);
                break
        end
end
```

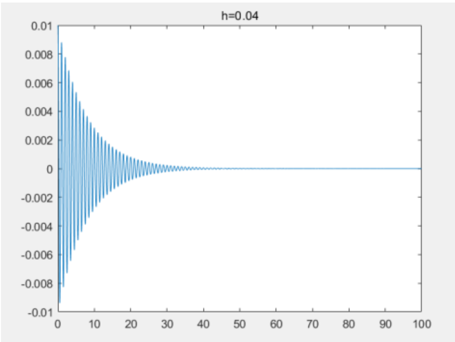
Alors a egale 0.02, donc le pas de temps critique est 0.02s.

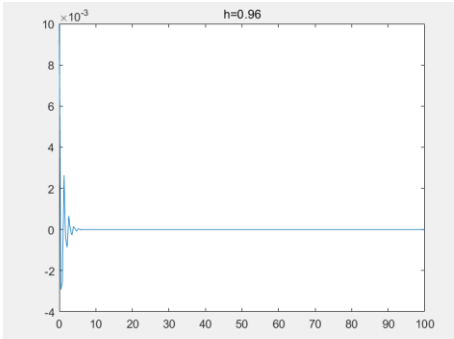
Q 3

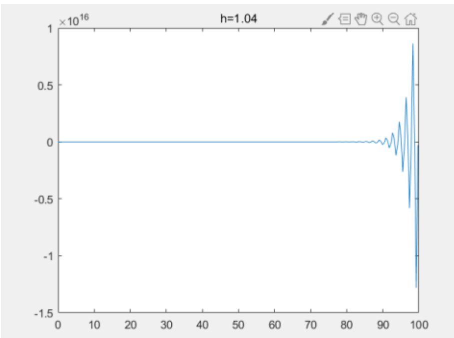
```
clear all;
%resolution de Runge-Kutta
w0=2*pi; e=0.02; q0=0.01; Dq0=0.0;T0=10.0;
%on peut changer valeur de h
h=0.04;
deltat=h*2*sqrt(2)/w0;
t = 0:deltat:T0;
A3=[0,1;-w0*w0,-2*e*w0];
U3(:,1)=[q0;Dq0];
for i=1:length(t)-1
        k1=A3*U3(:,i);
        k2=A3*(U3(:,i)+0.5*deltat*k1);
```

```
        k3=A3*(U3(:,i)+0.5*deltat*k2);
        k4=A3*(U3(:,i)+deltat*k3);
        U3(:,i+1)=U3(:,i)+1/6*deltat*(k1+2*k2+2*k3+k4);
end
clf;
plot(t,U3(1,:))
```

Les figures de h=0.04, h=0.96, h=1.04 sont au dessous :







Alors on peut trouver que quand 0<h<1, le resultat est stable, en plus, plus h petit, le resultat est plus precis.

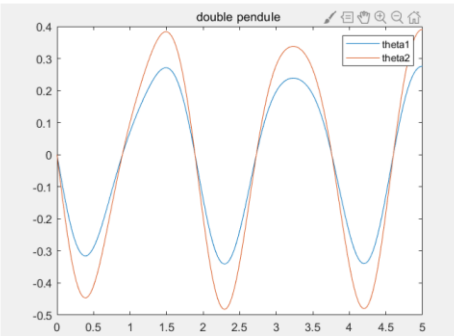
EX2- double pendule avec l'hypothese des petits mouvements

Q 1

```
clear all;
m=2;g=9.81;F0=20;w=2*pi;T0=5;
q1=0.0;Dq1=-1.31519275;q2=0.0;Dq2=-1.85996342;a=0.5;
%les relations entreq0,Dq0,D2q0 sont au dessous
D2q1=-2*g/a*q1+g/a*q2;D2q2=2*g/a*q1-2*g/a*q2;
%matrice d'amplification est au dessous
deltat=0.02 ;
```

```
beta=0;gamma=0.5;
B=[1,deltat,deltat*deltat*(0.5-beta),0,0,0;0,1,deltat*(1-gamma),0,0,0;0,0,0,0,0,0;
    0,0,0,1,deltat,deltat*deltat*(0.5-beta);0,0,0,0,1,deltat*(1-gamma);0,0,0,0,0,0];
C=[1,0,-deltat*deltat*beta,0,0,0;0,1,-deltat*gamma,0,0,0;2*g/a,0,1,-g/a,0,0;
    0,0,0,1,0,-deltat*deltat*beta;0,0,0,0,1,-deltat*gamma;-2*g/a,0,0,2*g/a,0,1];
A=inv(C)*B ;
t = 0:deltat:T0;
U(:,1)=[q1;Dq1;D2q1;q2;Dq2;D2q2];
for j = 1:length(t)-1
    U(:,j+1)=A*U(:,j)+inv(C)*([0;0;F0*sin(w*j*deltat)*(1-sqrt(2)/2)/m*a;0;0;F0*sin(w*j*deltat)*
    (sqrt(2)-1)/m*a]);
end
clf;
plot(t,U(1,:))
hold on
plot(t,U(4,:))
title('double pendule ')
legend('theta1','theta2')
```

Le figure est comme cela:



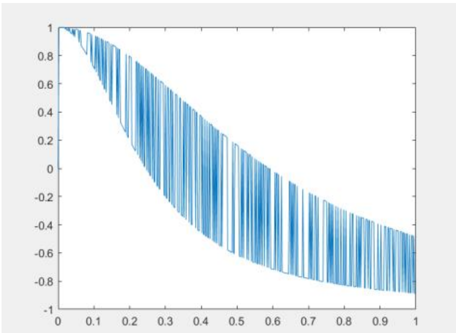
En plus, le resultat quand t=0s, 0.02s, 0.04s, 0.5s sont au dessous:

t0 =	t1 =	t2 =	t3 =
0	-0.0263	-0.0524	-0.2889
-1.3152	-1.3103	-1.2958	0.4512
0	0.4859	0.9666	3.3209
0	-0.0372	-0.0741	-0.4086
-1.8600	-1.8531	-1.8326	0.6380
0	0.6871	1.3670	4.6964

Q 2

```
%on peut changer deltat pour trouver l'influence de valeur propre
clear all;
m=2;g=9.81;F0=20;w=2*pi;T0=5;
q1=0.0;Dq1=-1.31519275;q2=0.0;Dq2=-1.85996342;a=0.5;
%les relations entreq0,Dq0,D2q0 sont au dessous
D2q1=-2*g/a*q1+g/a*q2;D2q2=2*g/a*q1-2*g/a*q2;
%matrice d'amplification est au dessous
beta=0.25 ; gamma=0.5 ;
%on peut changer deltat pour trouver l'influence de valeur propre
dt=0.002 ;
t=0 :dt :1 ;
for j = 2:length(t)
    deltat=t(j);
    B=[1,deltat,deltat*deltat*(0.5-beta),0,0,0;0,1,deltat*(1-gamma),0,0,0;0,0,0,0,0,0;
    0,0,0,1,deltat,deltat*deltat*(0.5-beta);0,0,0,0,1,deltat*(1-gamma);0,0,0,0,0,0];
    C=[1,0,-deltat*deltat*beta,0,0,0;0,1,-deltat*gamma,0,0,0;2*g/a,0,1,-g/a,0,0;
    0,0,0,1,0,-deltat*deltat*beta;0,0,0,0,1,-deltat*gamma;-2*g/a,0,0,2*g/a,0,1];
    A=inv(C)*B ;
    VP(:,j)=eig(A);
end
for j=1:length(VP)
    Maxvp(j)=real(max(VP(:,j)));
end
plot(t,Maxvp)
```

Enfin, le figure est comme cela :

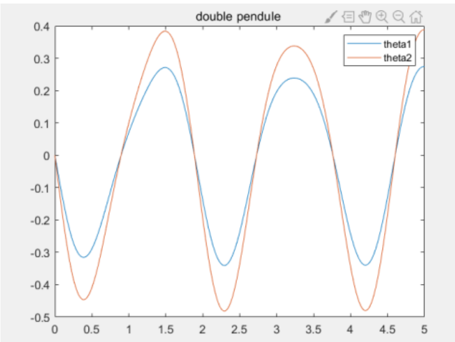


On peut voir que il y a vibration quand deltat change, mais globalement, valeur propre diminue de 1 a -1.

```
clear all;
m=2;g=9.81;F0=20;w=2*pi;T0=5;
q1=0.0;Dq1=-1.31519275;q2=0.0;Dq2=-1.85996342;a=0.5;
deltat=0.02
%les relations entreq0,Dq0,D2q0 sont au dessous
```

```
D2q1=-2*g/a*q1+g/a*q2;D2q2=2*g/a*q1-2*g/a*q2;
%matrice d'amplification est au dessous
beta=0.25;gamma=0.5;
B=[1,deltat,deltat*deltat*(0.5-beta),0,0,0;0,1,deltat*(1-gamma),0,0,0;0,0,0,0,0,0;
    0,0,0,1,deltat,deltat*deltat*(0.5-beta);0,0,0,0,1,deltat*(1-gamma);0,0,0,0,0,0];
C=[1,0,-deltat*deltat*beta,0,0,0;0,1,-deltat*gamma,0,0,0;2*g/a,0,1,-g/a,0,0;
    0,0,0,1,0,-deltat*deltat*beta;0,0,0,0,1,-deltat*gamma;-2*g/a,0,0,2*g/a,0,1];
A=inv(C)*B
t = 0:deltat:T0;
U(:,1)=[q1;Dq1;D2q1;q2;Dq2;D2q2];
for j = 1:length(t)-1
    U(:,j+1) = 
A*U(:,j)+inv(C)*([0;0;F0*sin(w*j*deltat)*(1-sqrt(2)/2)/m*a;0;0;F0*sin(w*j*deltat)*(sqrt(2)-1)/m*a]);
end
clf;
plot(t,U(1,:))
hold on
plot(t,U(4,:))
title('double pendule ')
legend('theta1','theta2')
```

Enfin, le figure est comme cela :



En plus, le resultat quand t=0s, 0.02s, 0.04s, 0.5s sont au dessous:

ans =	ans =	ans =	ans =
0	-0.0263	-0.0523	-0.2890
-1.3152	-1.3103	-1.2958	0.4497
0	0.4853	0.9655	3.3212
0	-0.0371	-0.0740	-0.4087
-1.8600	-1.8531	-1.8326	0.6360
0	0.6863	1.3654	4.6968

EX 3- oscillateur non lineaire a un degre de liberte

Q 1

```
clear all;
q0=2;Dq0=0;w0=2*pi;a=0.1;T0=6;
D2q0=-w0*w0*q0*(1+a*q0^2);
beta=0;gamma=0.5;
```

Alors la relation entre les six parametres est :

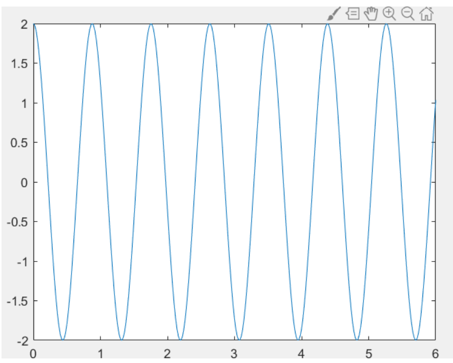
*q(j+1)=q(j)+dt*dq(j)+dt^2*(0.5-beta)*d2q(j)+beta*dt^2*d2q(j+1)*

dq(j+1)=dq(j)+dt(1-gamma)*d2q(j)+gamma*dt*d2q(j+1)*

*d2q(j)=-w0^2*q(j)*(1+a*q(j)^2)*

```
deltat=0.02;
t=0:deltat:T0;
U(:,1)=[q0;Dq0;D2q0];
e=0.005;
for j=2:length(t)
    D2q=U(3,j-1);
    q=U(1,j-1)+deltat*U(2,j-1)+deltat*deltat*(0.5-beta)*U(3,j-1)+beta*deltat*deltat*D2q;
    while abs(D2q+w0*w0*q*(1+a*q*q))>e
        D2q=-w0*w0*q*(1+a*q*q);
        q=U(1,j-1)+deltat*U(2,j-1)+deltat*deltat*(0.5-beta)*U(3,j-1)+beta*deltat*deltat*D2q;
        Dq=U(2,j-1)+deltat*(1-gamma)*U(3,j-1)+gamma*deltat*D2q;
    end
    U(:,j)=[q;Dq;D2q];
end
plot(t,U(1,:))
```

Enfin, le figure est comme cela :



En plus, le resultat quand t=0s, 0.02s, 0.04s, 6s sont au dessous :

```
ans =

    2

ans =

    1.9779

ans =

    1.9123

ans =

    1.0329
```

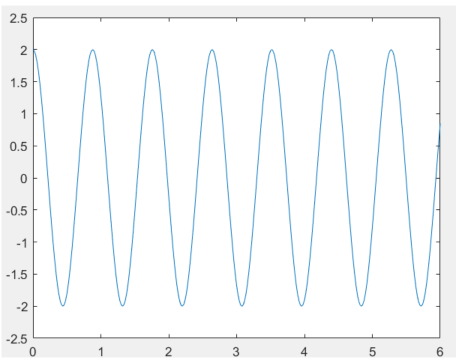
Q 2

beta=0.25;gamma=0.5;

*On doit minimiser la valeur de abs(D2q+w0*w0*q*(1+a*q*q)), on voudrais elle egale 0.*

```
clear all;
q0=2;Dq0=0;w0=2*pi;a=0.1;T0=6;
D2q0=-w0*w0*q0*(1+a*q0^2);
deltat=0.02;
t=0:deltat:T0;
U(:,1)=[q0;Dq0;D2q0];
e=0.005;
for j=2:length(t)
    D2q=U(3,j-1);
    q=U(1,j-1)+deltat*U(2,j-1)+deltat*deltat*(0.5-beta)*U(3,j-1)+beta*deltat*deltat*D2q;
    while abs(D2q+w0*w0*q*(1+a*q*q))>e
        D2q=-w0*w0*q*(1+a*q*q);
        q=U(1,j-1)+deltat*U(2,j-1)+deltat*deltat*(0.5-beta)*U(3,j-1)+beta*deltat*deltat*D2q;
        Dq=U(2,j-1)+deltat*(1-gamma)*U(3,j-1)+gamma*deltat*D2q;
    end
    U(:,j)=[q;Dq;D2q];
end
plot(t,U(1,:))
```

Enfin, le figure est comme cela :



En plus, le resultat quand t=0s, 0.02s, 0.04s, 6s sont au dessous:

```
ans =

     2
```

```
ans =

    1.9781
```

```
ans =

    1.9131
```

```
ans =

    0.8493
```

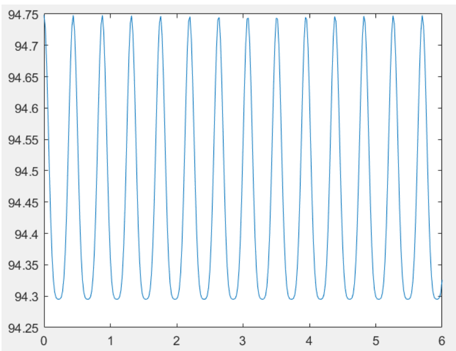
Q 3

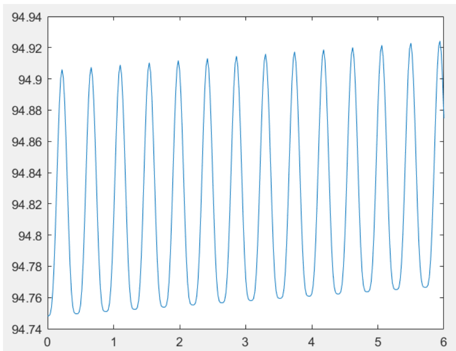
L'energie peut se diviser en 2 parties : l'energie cinetique et l'energie potentiel
*1er energie : 0.5*m*dq^2*
2er energie : k(0.5*q^2+0.25*a*q^4)*
Alors on peut diviser m pour simplifier la calculation :
    *1er : 0.5 *dq^2*
    2er : w0^2(0.5*q^2+0.25*a*q^4)*

Pour programmer, on peut ajouter ce code apres chaque methode :

```
for j=1:length(t)
    Ec(j)=0.5*U(2,j)^2;
    Ep(j)=-w0*w0*(0.5*U(1,j)^2+0.25*a*U(1,j)^4);
    E(j)=Ec(j)+Ep(j);
end
```

Enfin, le figure de explicite et implicite sont comme cela :





On trouve que le methode explicite est plus stable mais l'autre est plus precis.