

Oscillateur conservatif linéaire à un degré de liberté

Solution exacte

1.1.1

```
q = A*sin(w0*t) + B*cos(w0*t);  
% Avec  
w0 = 2*pi; q0 = 1; qdot0 = 0;  
% On a  
A = 0; B = 1;  
q = cos(2*pi*t);
```

1.1.2

```
E_star = 1/2*(qdot^2 + w0^2*q^2);  
        = 2*pi^2;  
% On trouve que la quantite E_star est une constante.
```

Résolution de schéma d'Euler implicite

2.1

Preuve:

The image shows a handwritten derivation on lined paper. It starts with a system of equations for the implicit Euler scheme:

$$\begin{cases} q_{j+1} = q_j + \Delta t \times \dot{q}_j \\ \dot{q}_{j+1} = \dot{q}_j - \Delta t \omega_0^2 q_j \\ \ddot{q} + \omega_0^2 q = 0 \end{cases}$$

From the second equation, it deduces:

$$\text{done } \ddot{q}_j = -\omega_0^2 q_j$$

Then, it shows the integration step:

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{q}_{j+1} = \dot{q}_j - \Delta t \omega_0^2 q_j \\ q_{j+1} = q_j + \Delta t \dot{q}_j \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} q_{j+1} \\ \dot{q}_{j+1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ -\omega_0^2 \Delta t & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} q_j \\ \dot{q}_j \end{pmatrix}$$

2.2 et 2.3

Programmation sur Matlab

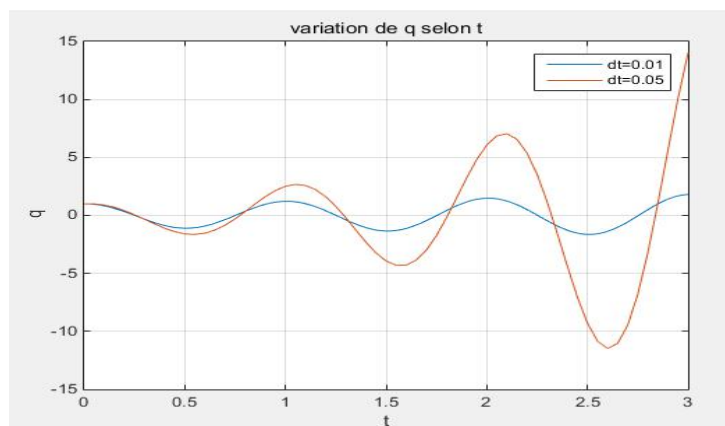
```
%% Schema d'Euler
```

```

%% initialisation
w0 = 2*pi;
q0 = 1; qdot0 = 0;
T0 = 3;
dt1 = 0.01;
%dt1 = 0.2;utilisee dans la partie 5
dt2 = 0.05;
%dt2 = 0.5;utilisee dans la partie 5
T1 = linspace(0,3,T0/dt1+1);
T2 = linspace(0,3,T0/dt2+1);
Eexact1(1,1:T0/dt1+1)=2*pi^2;
Eexact2(1,1:T0/dt2+1)=2*pi^2;
U = [];
U(1,1) = q0;
U(2,1) = qdot0;
%% Explicite
%% 2.2
Uex2 = U;
Uex1 = U;
Aex1 = [1 dt1;-w0^2*dt1 1];
Aex2 = [1 dt2;-w0^2*dt2 1];
%% solution explicite
for j = 1:T0/dt1
    Uex1(:,j+1) = Aex1 * Uex1(:,j);
end
for j = 1:T0/dt2
    Uex2(:,j+1) = Aex2 * Uex2(:,j);
end
end

```

On obtient la figure de comparaisons



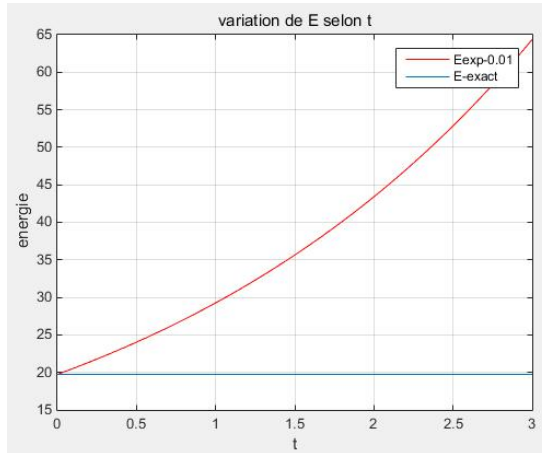
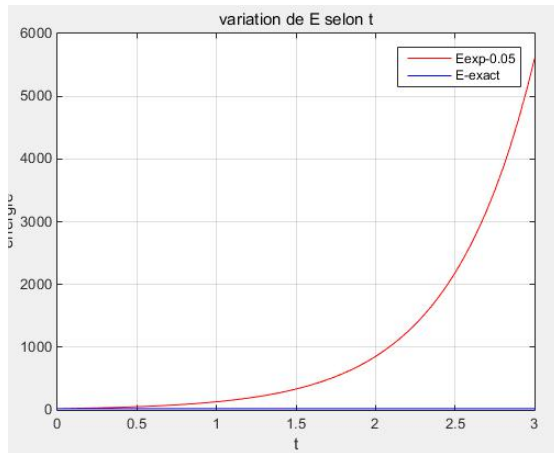
On peut voir que le plus le pas de temps Δt est petit, le plus la divergence est lente.

2.4

```
%% 2.4
```

```
Eex1 = 1/2*(power(Uex1(2,:),2) + w0^2*power(Uex1(1,:),2));
```

```
Eex2 = 1/2*(power(Uex2(2,:),2) + w0^2*power(Uex2(1,:),2));
```



Ils sont tous divergent, mais plus le dt est petit, le plus la divergence de E^* est lente

Code de PLOT de 2.3 et 2.4

```
%% 2.3
```

```
% figure(1)
% plot(T1,Uex1(1,:));
% hold on
% plot(T2,Uex2(1,:));
% grid on
% legend('dt=0.01','dt=0.05')
% xlabel('t')
% ylabel('q')
% title('variation de q selon t');
% hold off
```

```
%% 2.4
```

```
% figure(2)
% %dt = 0.01
% plot(T1,Eex1,'r');
% hold on
% plot(T1,Eexact1(1,:),');
% grid on
```

```

% legend('Eexp-0.01','E-exact')
% xlabel('t')
% ylabel('energie')
% title('variation de E selon t');
% hold off
% %dt = 0.05
% figure(3)
% plot(T2,Eex2,'r');
% hold on
% plot(T2,Eexact2(1,:), 'b');
% grid on
% legend('Eexp-0.05','E-exact')
% xlabel('t')
% ylabel('energie')
% title('variation de E selon t');
% hold off

```

2.5

```

%2.5
vp1 = eig(Aex1)
vp2 = eig(Aex1)

```

Et on a

vp1 =	vp2 =
1.0000 + 0.0628i	1.0000 + 0.3142i
1.0000 - 0.0628i	1.0000 - 0.3142i

Leur normes sont apparemment plus que 1, et ils sont divergents, donc instable

Résolution de schéma d'Euler explicite

3.1

On choisit la méthode sous forme matricielle.

$$\begin{cases} \begin{cases} q_{j+1} = q_j + \Delta t \dot{q}_{j+1} & \textcircled{1} \\ \dot{q}_{j+1} = -\omega_0^2 q_{j+1} & \textcircled{2} \end{cases} \\ q_{j+1} = q_j + \Delta t \dot{q}_{j+1} & \textcircled{3} \\ \dot{q}_{j+1} = \dot{q}_j + \Delta t \ddot{q}_{j+1} & \textcircled{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{q}_{j+1} = -\omega_0^2 (q_j + \Delta t \dot{q}_j) & \textcircled{5} \\ \dot{q}_{j+1} = \dot{q}_j + \Delta t (-\omega_0^2) (q_j + \Delta t \dot{q}_j) \end{cases}$$

Selon $\textcircled{1}$ et $\textcircled{5}$
On a $\begin{cases} q_{j+1} = q_j + \Delta t \dot{q}_{j+1} \\ \dot{q}_{j+1} = \dot{q}_j + \Delta t (-\omega_0^2) (q_j + \Delta t \dot{q}_j) \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} q_{j+1} \\ \dot{q}_{j+1} \end{cases} = A \begin{cases} q_j \\ \dot{q}_j \end{cases} \quad \text{avec } A = \begin{bmatrix} 1 - \Delta t^2 \omega_0^2 & \Delta t (1 - \Delta t^2 \omega_0^2) \\ -\Delta t \omega_0^2 & 1 - \Delta t^2 \omega_0^2 \end{bmatrix}$$

Donc on a une nouvelle matrice d'amplification *Aim* associée au schéma d'euler explicite

$$\begin{aligned} \text{Aim1} &= [1 - \Delta t_1^2 \omega_0^2 \quad \Delta t_1 (1 - \Delta t_1^2 \omega_0^2); -\Delta t_1 \omega_0^2 \quad 1 - \Delta t_1^2 \omega_0^2]; \\ \text{Aim2} &= [1 - \Delta t_2^2 \omega_0^2 \quad \Delta t_2 (1 - \Delta t_2^2 \omega_0^2); -\Delta t_2 \omega_0^2 \quad 1 - \Delta t_2^2 \omega_0^2]; \end{aligned}$$

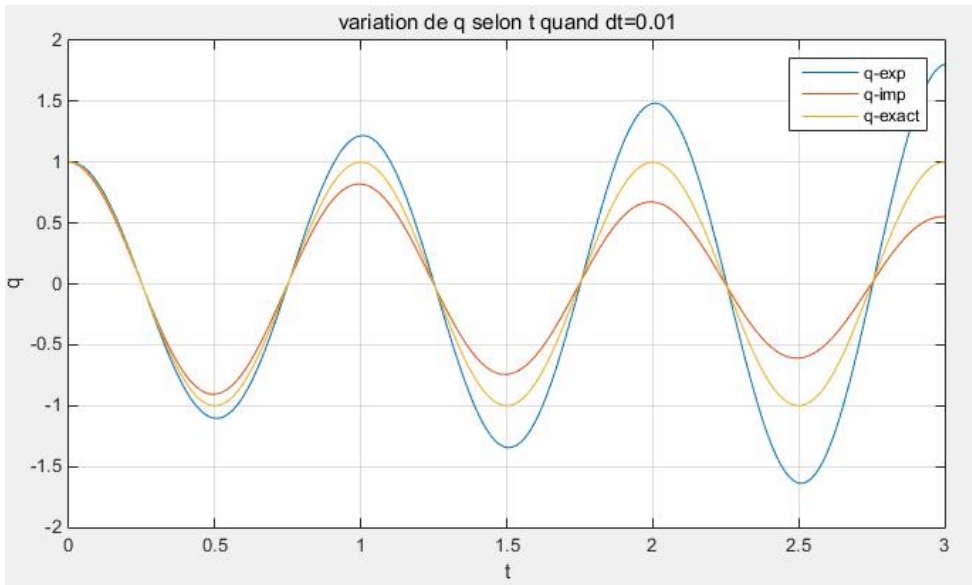
Programmation comme suivante

```
%% Implicite
Aim1 = [1-dt1^2*w0^2 dt1*(1-dt1^2*w0^2);-dt1*w0^2 1-dt1^2*w0^2];
Aim2 = [1-dt2^2*w0^2 dt2*(1-dt2^2*w0^2);-dt2*w0^2 1-dt2^2*w0^2];
Uim1 = U;
Uim2 = U;
% solution implicite
for j = 1:300
    Uim1(:,j+1) = Aim1 * Uim1(:,j);
end
for j = 1:60
    Uim2(:,j+1) = Aim2 * Uim2(:,j);
end
End
```

3.2

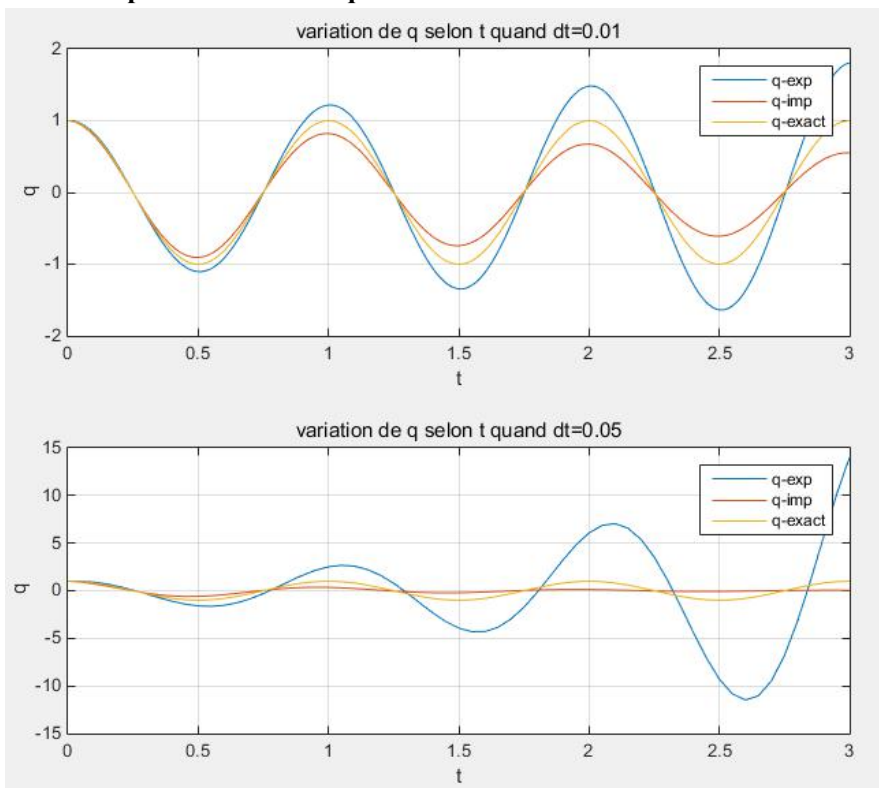
Quand $dt = 0.01s$

On obtient:



3.3

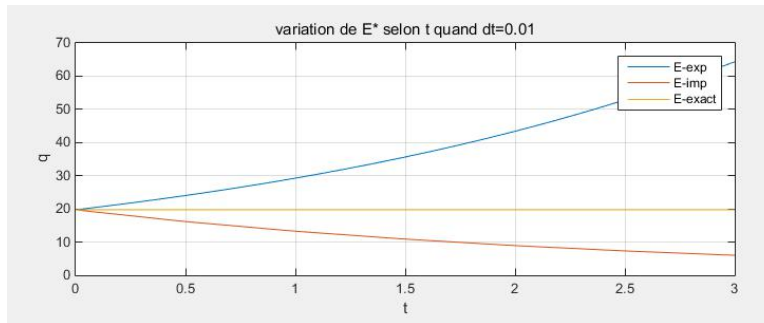
On compare ces deux cas quand $dt=0.01s$ et $dt=0.05s$



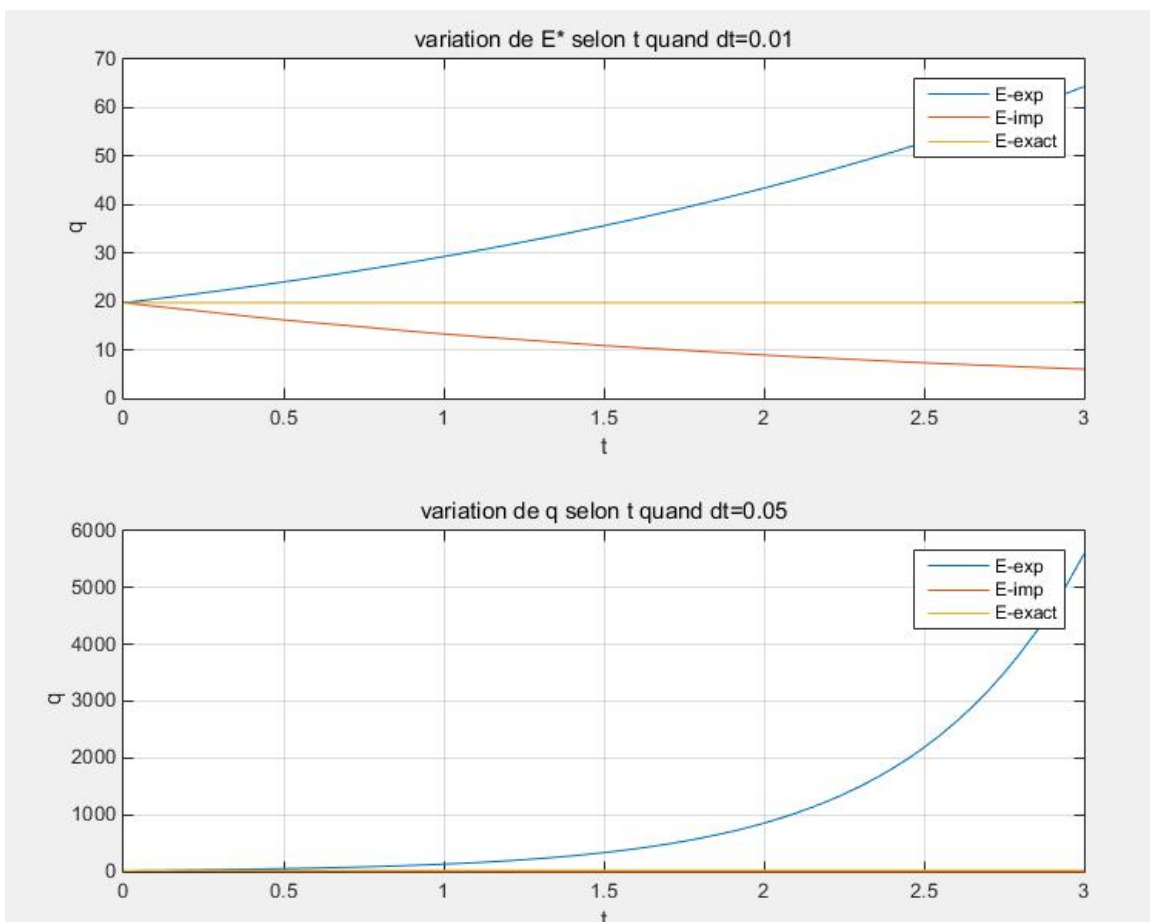
On trouve que dans le cas implicite, le plus dt est petit, le moins l'oscillation de q est faible.

3.4

Après avoir calculé E^* en $dt = 0.01s$, on voit que la deviation du cas implicite est un peu moins faible.



Puis on fait la comparasion par rapport a dt



Remarque: Plus dt est petit, plus la divergence de E-imp est lente.

Code de PLOT

```
%3.2 Comparasion des q quand dt = 0.01s
figure(4)
subplot(2,1,1);
```

```

plot(T1,Uex1(1,:),T1,Uim1(1,:),T1,cos(2*pi*T1));
grid on
legend('q-exp','q-imp','q-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de q selon t quand dt=0.01');

%3.3 influence de pas de temps
subplot(2,1,2);
plot(T2,Uex2(1,:),T2,Uim2(1,:),T2,cos(2*pi*T2));
grid on
legend('q-exp','q-imp','q-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de q selon t quand dt=0.05');

%3.4 Calculs de E* dans le cas explicite
Eim1 = 1/2*(power(Uim1(2,:),2) + w0^2*power(Uim1(1,:),2));
Eim2 = 1/2*(power(Uim2(2,:),2) + w0^2*power(Uim2(1,:),2));

figure(5)
subplot(2,1,1);
plot(T1,Eex1,T1,Eim1,T1,Eexact1(1,:));
grid on
legend('E-exp','E-imp','E-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de E* selon t quand dt=0.01');
subplot(2,1,2);
plot(T2,Eex2,T2,Eim2(1,:),T2,Eexact2(1,:));
grid on
legend('E-exp','E-imp','E-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de q selon t quand dt=0.05');

```

3.5

Remarque:

Les norme des valeur propre de la matrice d'amplification d'Euler explicite sont toujours supérieur à 1, ainsi le caractère inconditionnellement instable du schéma d'Euler explicite. et par contre, Les norme des valeur propre de la matrice d'amplification d'Euler implicite sont

toujours inférieur à 1, ainsi le caractère inconditionnellement stable du schéma d'Euler implicite.

Résolution de schéma RUNGE KUTTA

4.1

On trouve la forme matricielle dans premier ordre

Handwritten mathematical derivation on lined paper:

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$$

On pose $X = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix}$ alors $\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix}$

Donc $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & 0 \end{bmatrix}$ $\dot{X} = AX \Leftrightarrow y(t) = f(y(t), t)$

4.2

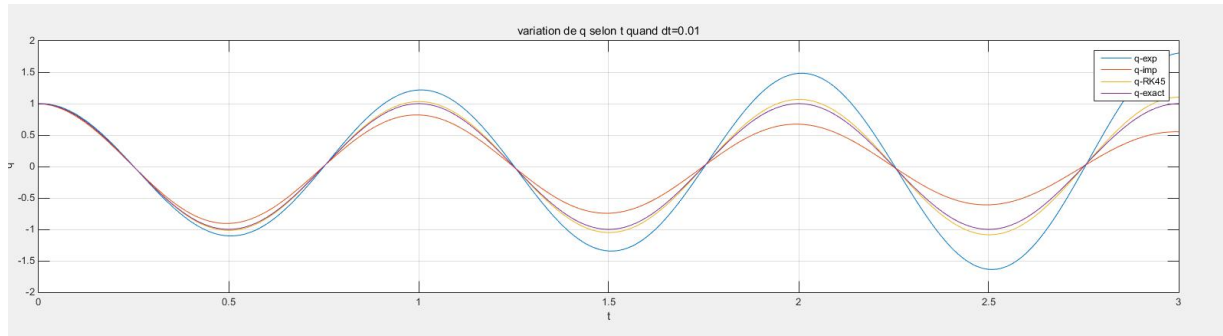
Programmer comme suivante

```
%% schéma de RUNGE KUTTA
%% Initialisation
A = [0 1; -w0^2 0]; %Xp = A*X, X = [q; qp];
Urk1 = U;
Urk2 = U;

%% Resolution RK-45
for j = 1:T0/dt1
    k1 = A * Urk1(:,j);
    k2 = A * (Urk1(:,j) + k1*dt1/2);
    k3 = A * (Urk1(:,j) + k2*dt1/2);
    k4 = A * (Urk1(:,j) + k3*dt1/2);
    K = (k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
    Urk1(:,j+1) = Urk1(:,j) + K*dt1;
end
for j = 1:T0/dt2
    k1 = A * Urk2(:,j);
    k2 = A * (Urk2(:,j) + k1*dt2/2);
    k3 = A * (Urk2(:,j) + k2*dt2/2);
    k4 = A * (Urk2(:,j) + k3*dt2/2);
    K = (k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
    Urk2(:,j+1) = Urk2(:,j) + K*dt2;
end
```

4.3

Quand $dt=0.01s$, on plote en meme temps les resultats de q selon 4 methodes differentes

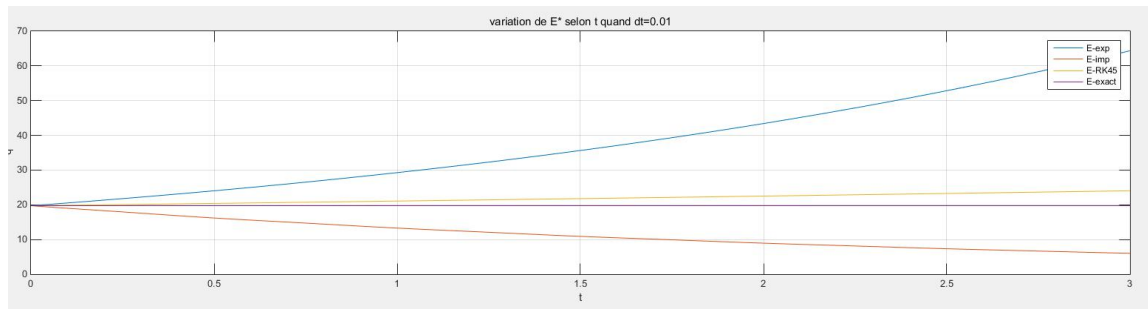


Conclusion:

On peut voir que le q -RK45 est presque confondue avec la solution exacte dans le cas $dt = 0.01s$, donc la résolution de schéma Runge kutta d'ordre 4-5 est meilleur dans ce cas la

4.4

De meme, on fait la comparaisons de E^*



La deviation ou divergence de E -RK45 est beaucoup moins faible que les autres.

Code de PLOT de 4.3 et de 4.4

```
%% plot pour comparaison
```

```
  %4.3 quand dt = 0.01s
```

```
figure(6)
```

```
subplot(2,1,1);
```

```
plot(T1,Uex1(1,:),T1,Uim1(1,:),T1,Urk1(1,:),T1,cos(2*pi*T1));
```

```
grid on
```

```
legend('q-exp','q-imp','q-RK45','q-exact')
```

```
xlabel('t')
```

```

ylabel('q')
title('variation de q selon t quand dt=0.01');

subplot(2,1,2);
plot(T2,Uex2(1,:),T2,Uim2(1,:),T1,Urk1(1,:),T2,cos(2*pi*T2));
grid on
legend('q-exp','q-imp','q-RK45','q-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de q selon t quand dt=0.05');

%% 4.4 Calculs de E* dans le cas RK45
Erk1 = 1/2*(power(Urk1(2,:),2) + w0^2*power(Urk1(1,:),2));
Erk2 = 1/2*(power(Urk2(2,:),2) + w0^2*power(Urk2(1,:),2));

figure(7)
subplot(2,1,1);
plot(T1,Eex1,T1,Eim1,T1,Erk1,T1,Eexact1(1,:));
grid on
legend('E-exp','E-imp','E-RK45','E-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de E* selon t quand dt=0.01');
subplot(2,1,2);
plot(T2,Eex2,T2,Eim2(1,:),T2,Erk2,T2,Eexact2(1,:));
grid on
legend('E-exp','E-imp','E-RK45','E-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de E* selon t quand dt=0.05');

```

Résolution de schéma de NEWMARK

5.1.1

On construit la matrice d'amplification comme suivant:

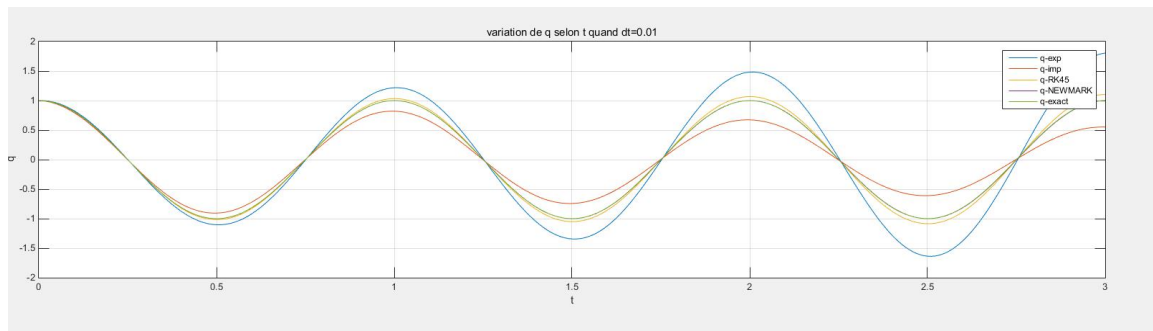
```
%% schema de NEWMARK
%% Initialisation
gamma = 0.5;
beta = 0.25;%beta = 0;

B1 = [1+beta*dt1^2*w0^2 0; gamma*dt1*w0^2 1];
C1 = [1-(0.5-beta)*dt1^2*w0^2 dt1; (gamma-1)*dt1*w0^2 1];
Anm1 = inv(B1) * C1

B2 = [1+beta*dt2^2*w0^2 0; gamma*dt2*w0^2 1];
C2 = [1-(0.5-beta)*dt2^2*w0^2 dt1; (gamma-1)*dt2*w0^2 1];
Anm2 = inv(B2) * C2

Unm1 = U;
Unm2 = U;
```

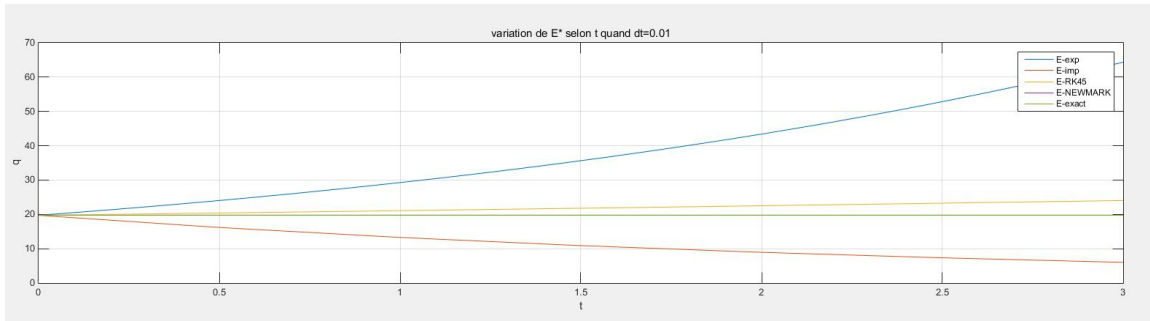
5.1.2



Dans le cas $\gamma = 0.5$, $\beta = 0.25$, $dt = 0.01$, on voit que le resultat de q par NEWMARK est bien confondu avec la solution exacte.

5.1.3

De meme le resultat de E8 est bien confondu



Conclusion: le resultat de NEWMARK ne diverge pas, elle a une très bon résultat de résolution

5.1.4

On pose par exemple $dt = 0.01s$ et $dt = 0.05s$, on calcule les valeurs propres et son norme;

```

vpnm1 =
    0.9980 + 0.0628i
    0.9980 - 0.0628i

vpnm1_norme =
    1
    1

vpnm2 =
    0.9518 + 0.3066i
    0.9518 - 0.3066i

vpnm2_norme =
    1
    1

```

Conclusion: quand la norme de valeur propre de la matrice d'amplification égale à 1, l'énergie converge, c'est pourquoi schéma de NEWMARK a une très bonne résolution du système.

5.2.1

Dans ce cas la, il faut juste changer $\beta = 0$ dans notre initialisation du modele,

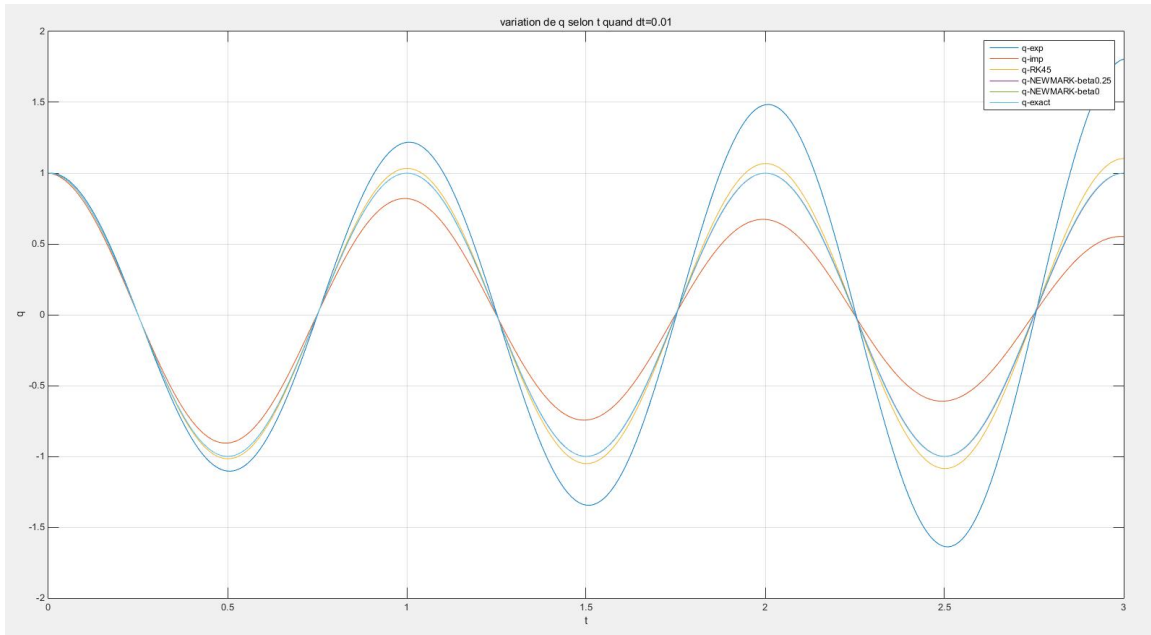
```

%% schema de NEWMARK
%% Initialisation
gamma = 0.5;
beta = 0.25;
beta2 = 0;

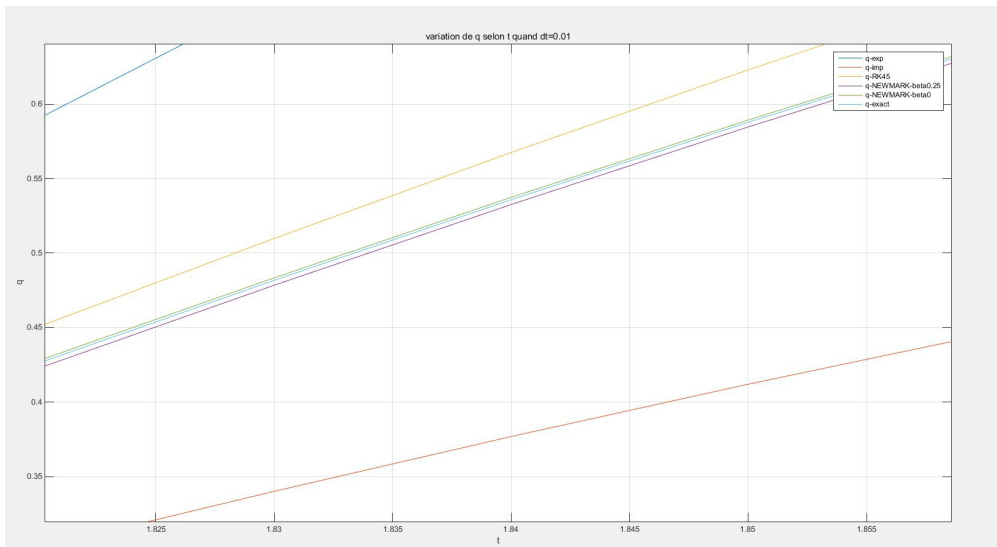
```

5.2.2

Dans ce cas $\beta = 0$, $dt = 0.01s$, on obtient:



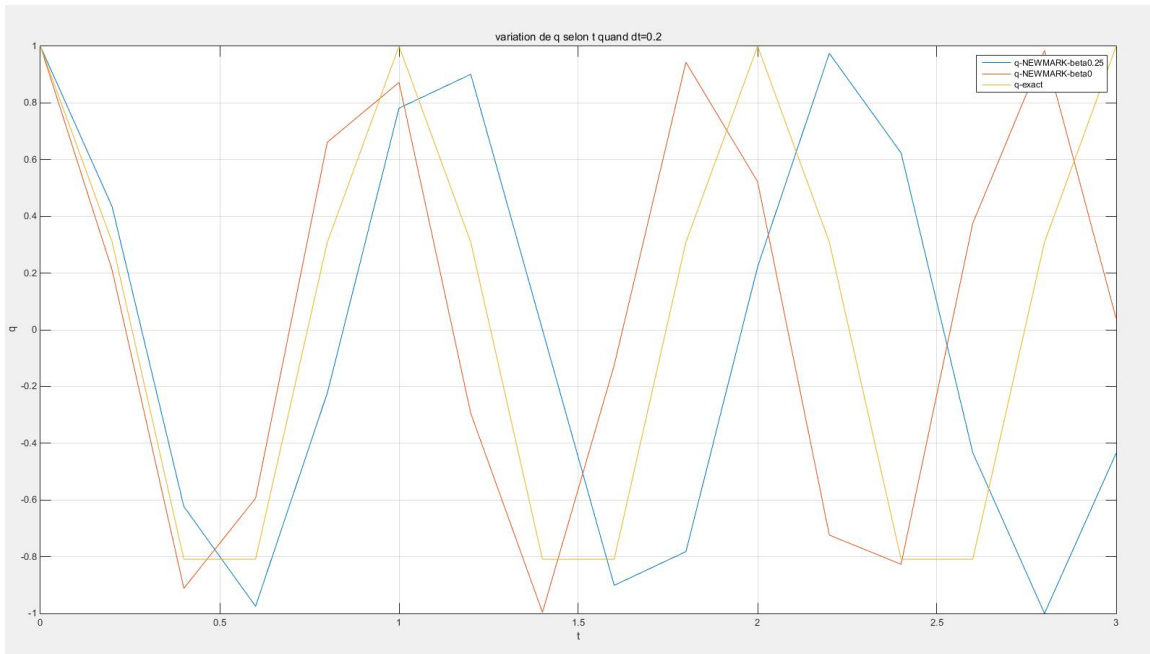
L'influence de beta est tres petit, mais si on fait looper le photographe:



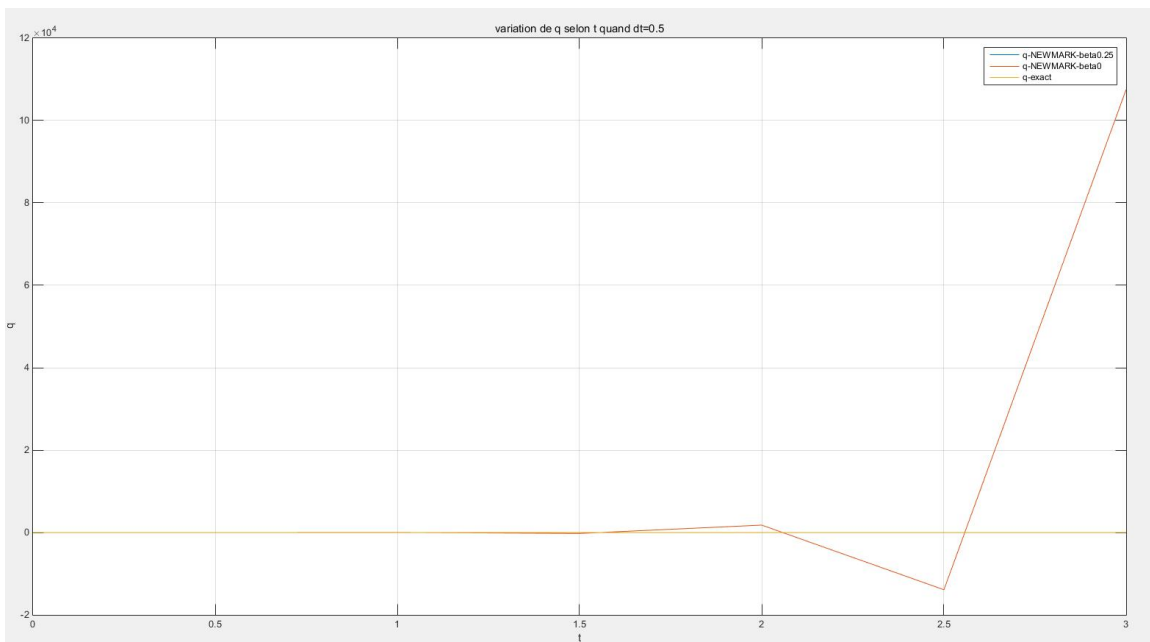
On peut voir une très petite différence entre beta=0.25 et beta=0, et quand beta = 0, le résultat est plus proche du résultat exacte.

5.2.3

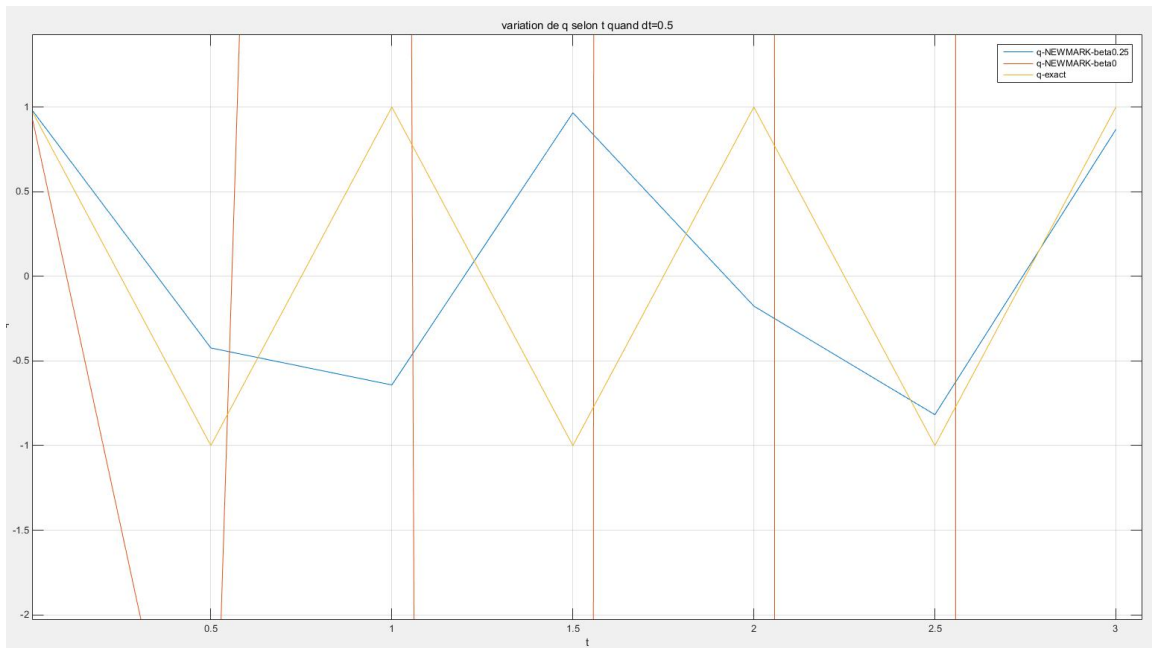
Dans le cas $dt = 0.2s$



Dans le cas $dt = 0.5$



Après avoir loopé



Conclusion: le pas de temps est trop grande

5.2.4

On trouve que dt soit égale 0.244

Table of Contents

.....	1
Schema d'Euler	1
initialisation	1
Explicite	2
2.2	2
solution explicite	2
2.3	2
2.4	3
2.5	5
Implicite	5
initialisation	5
solution implicite	5
3.2 Comparasion des q quand dt = 0.01s	6
3.3 influence de pas de temps	6
3.4 Calculs de E* dans le cas explicite	7
3.5 Valeur propre	8
schema de RUNGE KUTTA	8
Initialisation	8
Resolution RK-45	8
plot pour comparasion	9
4.4 Calculs de E* dans le cas RK45	10
schema de NEWMARK	11
Initialisation	11
Resolution	12
Quand dt = 0.01 plot pour comparasion Q 5.1.2	12
5.1.3 Calculs de E* dans le cas NEWMARK	13
5.1.4 Valeur propre	14
5.2.2	14
5.2.3 les comparasion quand dt = 0.2 et dt = 0.5	15

```
clc
clear all
close all
```

Schema d'Euler

initialisation

```
w0 = 2*pi;
q0 = 1; qdot0 = 0;
T0 = 3;
dt1 = 0.01;
%dt1 = 0.2;utilisee dans la partie 5
dt2 = 0.05;
%dt2 = 0.5;utilisee dans la partie 5
T1 = linspace(0,3,T0/dt1+1);
```

```
T2 = linspace(0,3,T0/dt2+1);
Eexact1(1,1:T0/dt1+1)=2*pi^2;
Eexact2(1,1:T0/dt2+1)=2*pi^2;
U = [];
U(1,1) = q0;
U(2,1) = qdot0;
```

Explicite

2.2

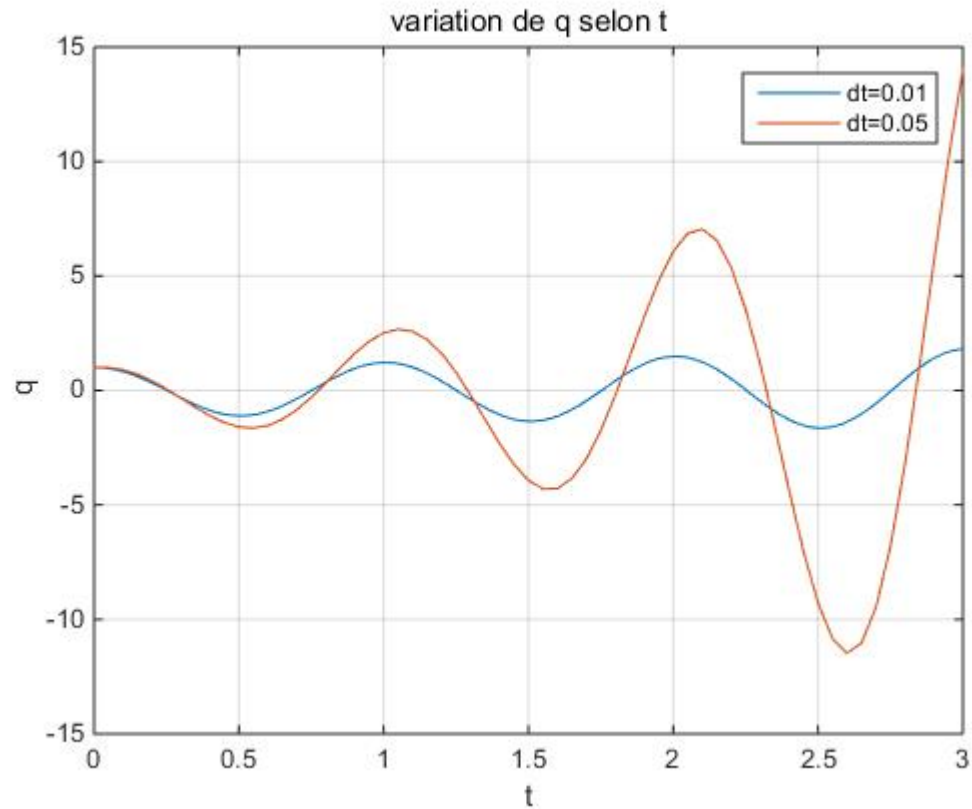
```
Uex2 = U;
Uex1 = U;
Aex1 = [1 dt1;-w0^2*dt1 1];
Aex2 = [1 dt2;-w0^2*dt2 1];
```

solution explicite

```
for j = 1:T0/dt1
    Uex1(:,j+1) = Aex1 * Uex1(:,j);
end
for j = 1:T0/dt2
    Uex2(:,j+1) = Aex2 * Uex2(:,j);
end
```

2.3

```
figure(1)
plot(T1,Uex1(1,:));
hold on
plot(T2,Uex2(1,:));
grid on
legend('dt=0.01','dt=0.05')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de q selon t');
hold off
```

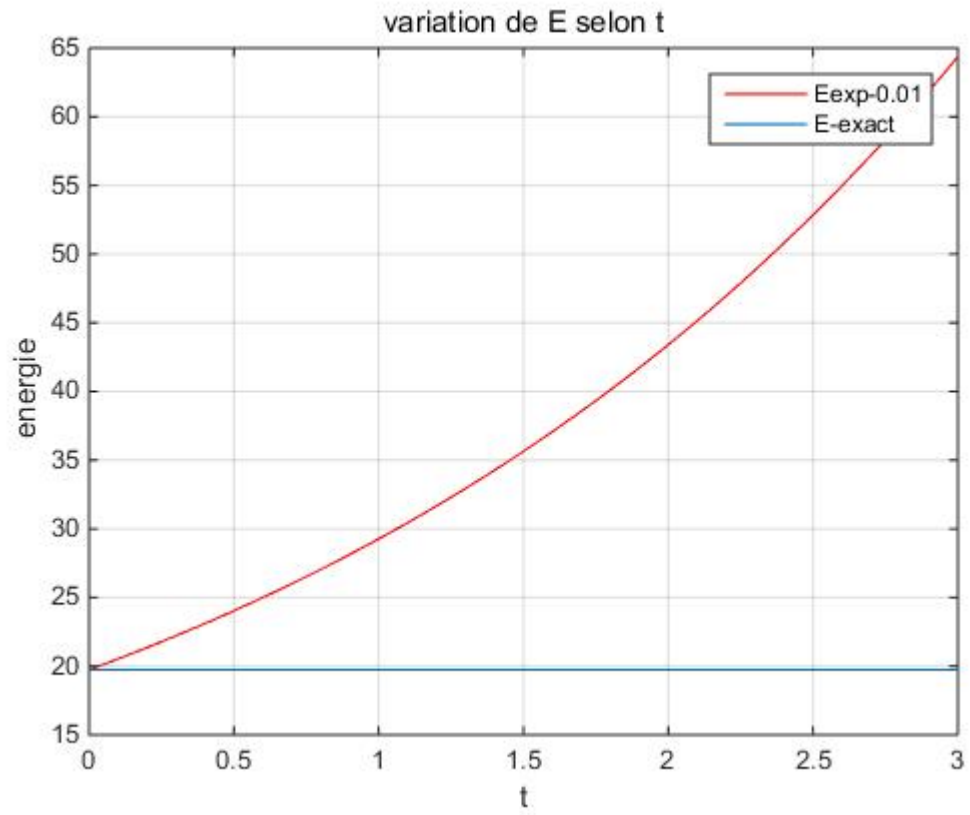


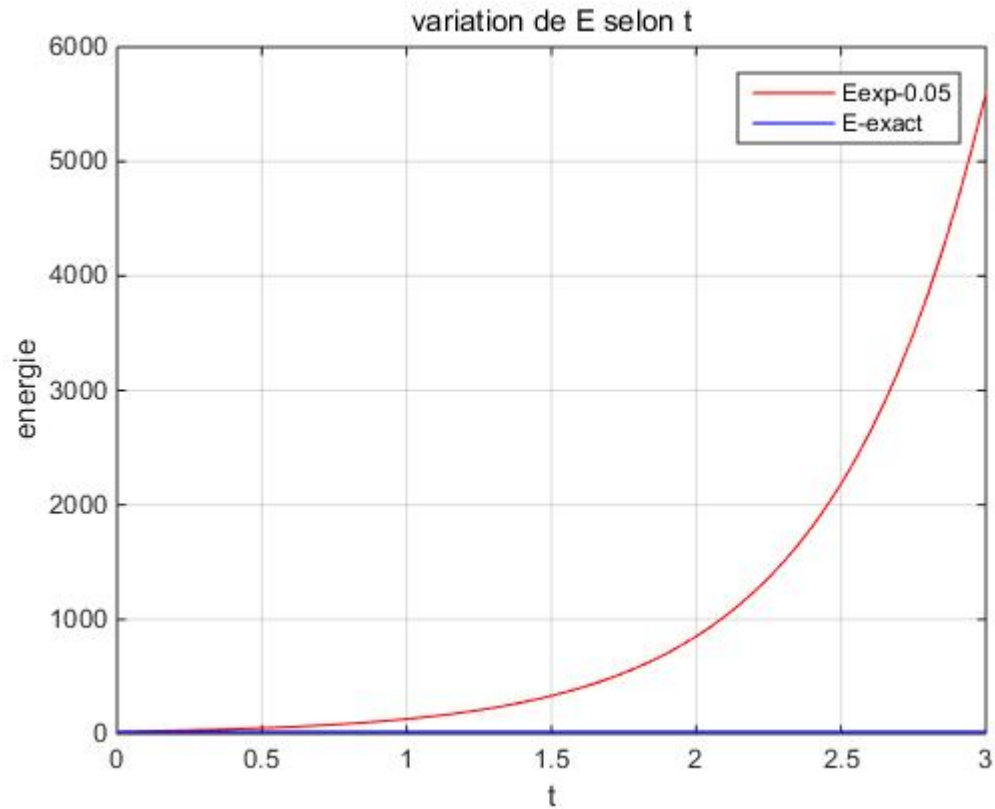
2.4

```
Eex1 = 1/2*(power(Uex1(2,:),2) + w0^2*power(Uex1(1,:),2));
Eex2 = 1/2*(power(Uex2(2,:),2) + w0^2*power(Uex2(1,:),2));
```

```
figure(2)
%dt = 0.01
plot(T1,Eex1,'r');
hold on
plot(T1,Eexact1(1,:),'b');
grid on
legend('Eexp-0.01','E-exact')
xlabel('t')
ylabel('energie')
title('variation de E selon t');
hold off
%dt = 0.05
figure(3)
plot(T2,Eex2,'r');
hold on
plot(T2,Eexact2(1,:),'b');
grid on
legend('Eexp-0.05','E-exact')
```

```
xlabel('t')
ylabel('energie')
title('variation de E selon t');
hold off
```





2.5

```
vpex1 = eig(Aex1);
vpex2 = eig(Aex2);
vpex1_norme = abs(vpex1);
vpex2_norme = abs(vpex2);
```

Implicite

initialisation

```
Aim1 = [1-dt1^2*w0^2 dt1*(1-dt1^2*w0^2);-dt1*w0^2 1-dt1^2*w0^2];
Aim2 = [1-dt2^2*w0^2 dt2*(1-dt2^2*w0^2);-dt2*w0^2 1-dt2^2*w0^2];
Uim1 = U;
Uim2 = U;
```

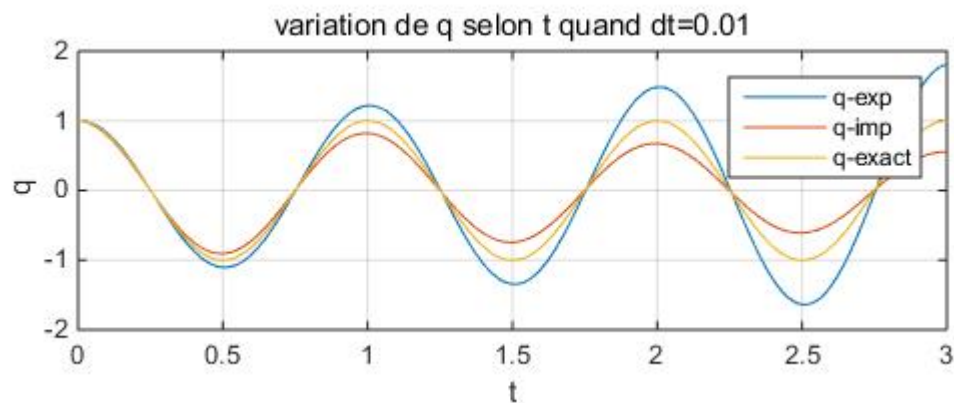
solution implicite

```
for j = 1:T0/dt1
    Uim1(:,j+1) = Aim1 * Uim1(:,j);
end
for j = 1:T0/dt2
    Uim2(:,j+1) = Aim2 * Uim2(:,j);
```

end

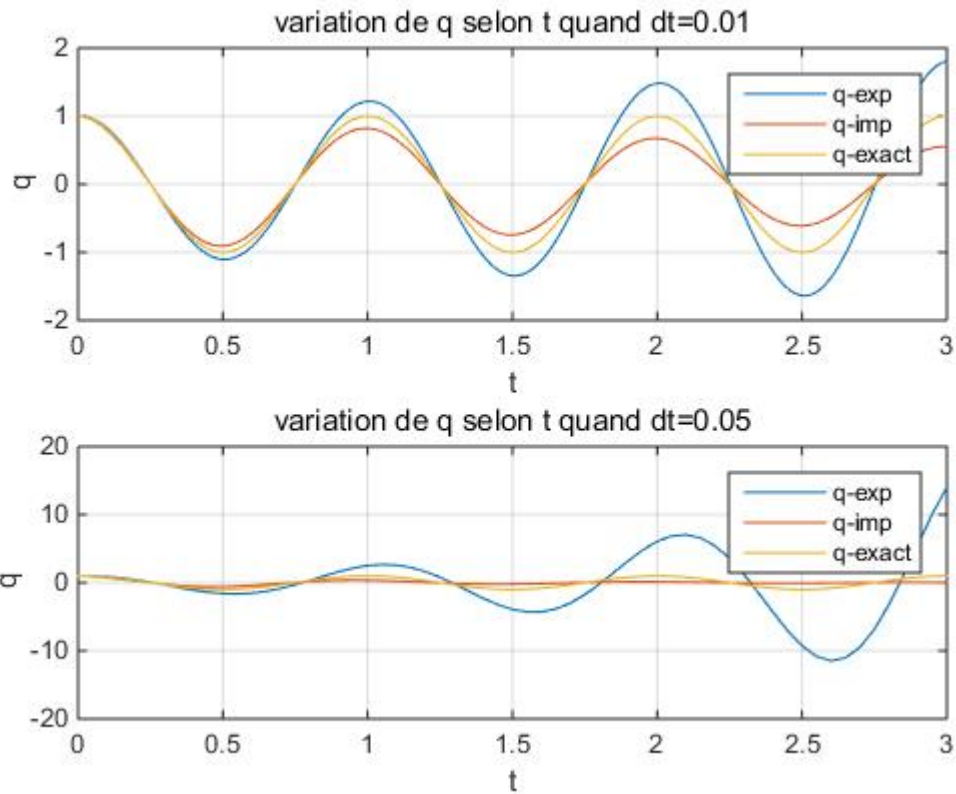
3.2 Comparasion des q quand dt = 0.01s

```
figure(4)
subplot(2,1,1);
plot(T1,Uex1(1,:),T1,Uim1(1,:),T1,cos(2*pi*T1));
grid on
legend('q-exp','q-imp','q-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de q selon t quand dt=0.01');
```



3.3 influence de pas de temps

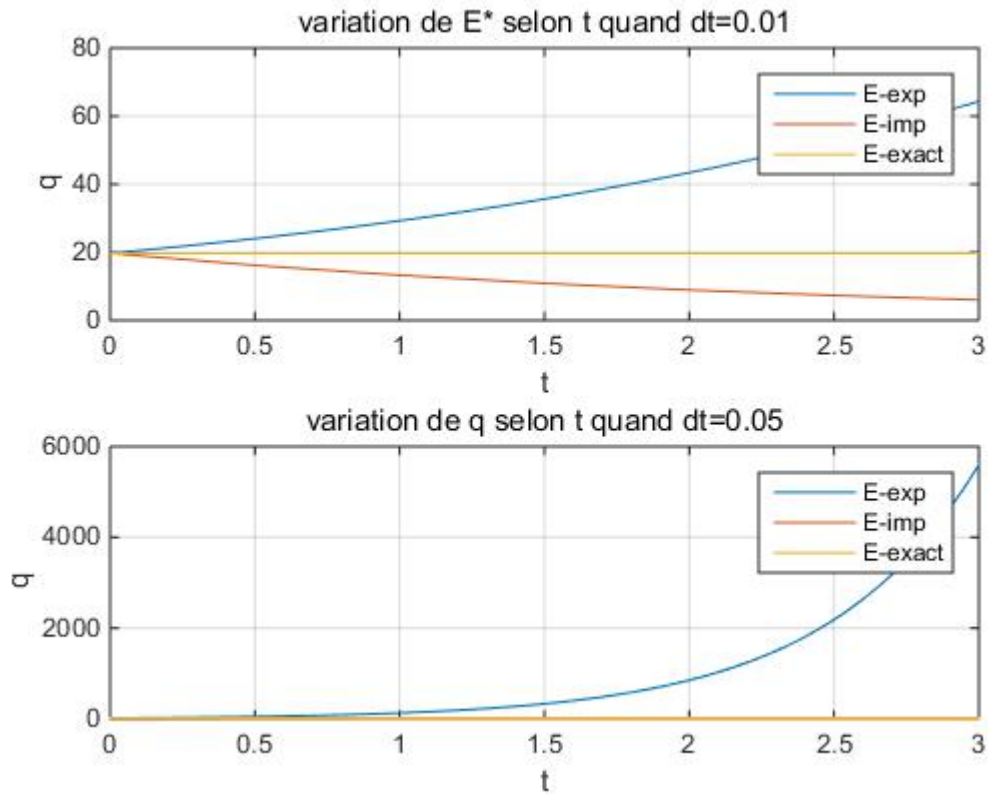
```
subplot(2,1,2);
plot(T2,Uex2(1,:),T2,Uim2(1,:),T2,cos(2*pi*T2));
grid on
legend('q-exp','q-imp','q-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de q selon t quand dt=0.05');
```



3.4 Calculs de E^* dans le cas explicite

```
Eim1 = 1/2*(power(Uim1(2,:),2) + w0^2*power(Uim1(1,:),2));
Eim2 = 1/2*(power(Uim2(2,:),2) + w0^2*power(Uim2(1,:),2));
```

```
figure(5)
subplot(2,1,1);
plot(T1,Eex1,T1,Eim1,T1,Eexact1(1,:));
grid on
legend('E-exp','E-imp','E-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de E* selon t quand dt=0.01');
subplot(2,1,2);
plot(T2,Eex2,T2,Eim2(1,:),T2,Eexact2(1,:));
grid on
legend('E-exp','E-imp','E-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de q selon t quand dt=0.05');
```



3.5 Valeur propre

```
vpim1 = eig(Aim1);
vpim2 = eig(Aim2);
vpim1_norme = abs(vpim1);
vpim2_norme = abs(vpim2);
```

schema de RUNGE KUTTA

Initialisation

```
A = [0 1; -w0^2 0]; %Xp = A*X, X = [q; qp];
Urk1 = U;
Urk2 = U;
```

Resolution RK-45

```
for j = 1:T0/dt1
    k1 = A * Urk1(:,j);
    k2 = A * (Urk1(:,j) + k1*dt1/2);
    k3 = A * (Urk1(:,j) + k2*dt1/2);
    k4 = A * (Urk1(:,j) + k3*dt1/2);
    K = (k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
```

```

    Urk1(:,j+1) = Urk1(:,j) + K*dt1;
end
for j = 1:T0/dt2
    k1 = A * Urk2(:,j);
    k2 = A * (Urk2(:,j) + k1*dt2/2);
    k3 = A * (Urk2(:,j) + k2*dt2/2);
    k4 = A * (Urk2(:,j) + k3*dt2/2);
    K = (k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
    Urk2(:,j+1) = Urk2(:,j) + K*dt2;
end

```

plot pour comparaison

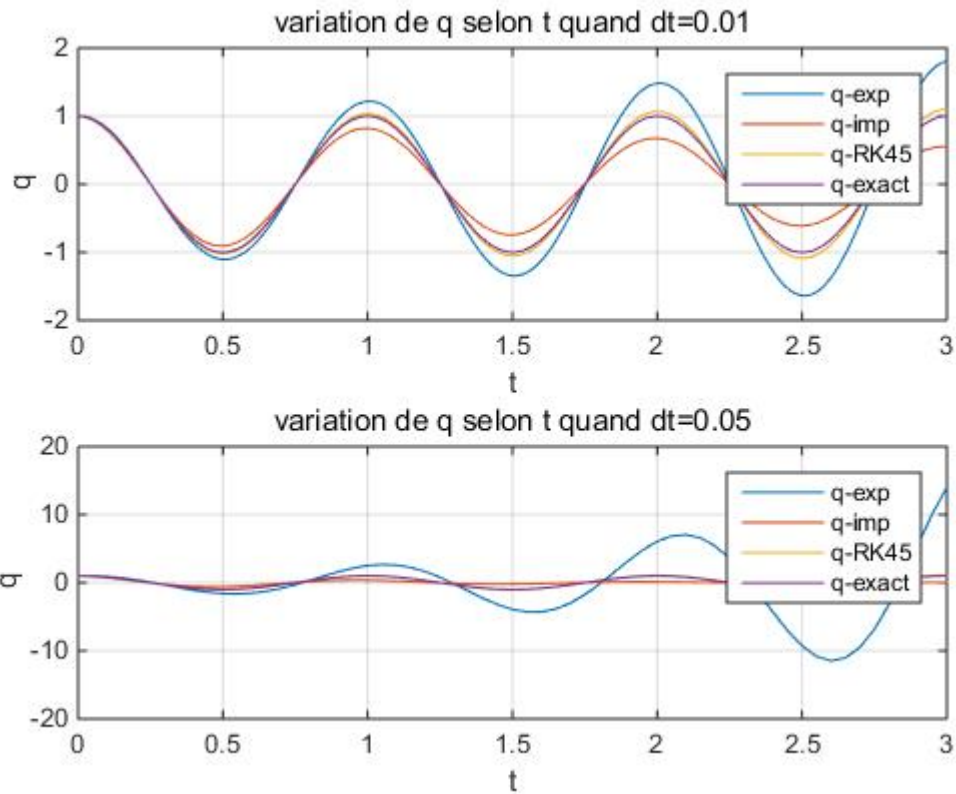
```

%4.3 quand dt = 0.01s

figure(6)
subplot(2,1,1);
plot(T1,Uex1(1,:),T1,Uim1(1,:),T1,Urk1(1,:),T1,cos(2*pi*T1));
grid on
legend('q-exp','q-imp','q-RK45','q-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de q selon t quand dt=0.01');

subplot(2,1,2);
plot(T2,Uex2(1,:),T2,Uim2(1,:),T1,Urk1(1,:),T2,cos(2*pi*T2));
grid on
legend('q-exp','q-imp','q-RK45','q-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de q selon t quand dt=0.05');

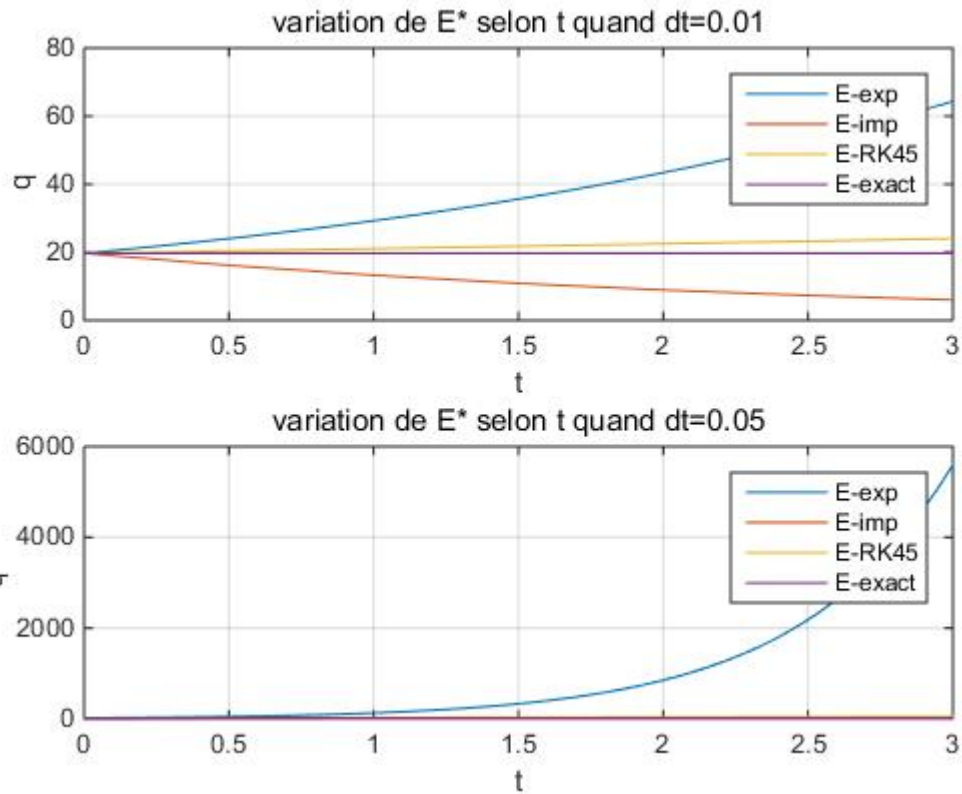
```



4.4 Calculs de E^* dans le cas RK45

```
Erk1 = 1/2*(power(Urk1(2,:),2) + w0^2*power(Urk1(1,:),2));
Erk2 = 1/2*(power(Urk2(2,:),2) + w0^2*power(Urk2(1,:),2));
```

```
figure(7)
subplot(2,1,1);
plot(T1,Eex1,T1,Eim1,T1,Erk1,T1,Eexact1(1,:));
grid on
legend('E-exp','E-imp','E-RK45','E-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de E* selon t quand dt=0.01');
subplot(2,1,2);
plot(T2,Eex2,T2,Eim2(1,:),T2,Erk2,T2,Eexact2(1,:));
grid on
legend('E-exp','E-imp','E-RK45','E-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de E* selon t quand dt=0.05');
```



schema de NEWMARK

Initialisation

```

gamma = 0.5;
beta = 0.25;
beta2 = 0;

B1 = [1+beta*dt1^2*w0^2 0; gamma*dt1*w0^2 1];
C1 = [1-(0.5-beta)*dt1^2*w0^2 dt1; (gamma-1)*dt1*w0^2 1];
Anm1 = inv(B1) * C1;

B2 = [1+beta*dt2^2*w0^2 0; gamma*dt2*w0^2 1];
C2 = [1-(0.5-beta)*dt2^2*w0^2 dt2; (gamma-1)*dt2*w0^2 1];
Anm2 = inv(B2) * C2;

B3 = [1+beta2*dt1^2*w0^2 0; gamma*dt1*w0^2 1];
C3 = [1-(0.5-beta2)*dt1^2*w0^2 dt1; (gamma-1)*dt1*w0^2 1];
Anm3 = inv(B3) * C3;

B4 = [1+beta2*dt2^2*w0^2 0; gamma*dt2*w0^2 1];
C4 = [1-(0.5-beta2)*dt2^2*w0^2 dt2; (gamma-1)*dt2*w0^2 1];
Anm4 = inv(B4) * C4;

Unm1 = U;

```

```
Unm2 = U;
Unm3 = U;
Unm4 = U;
```

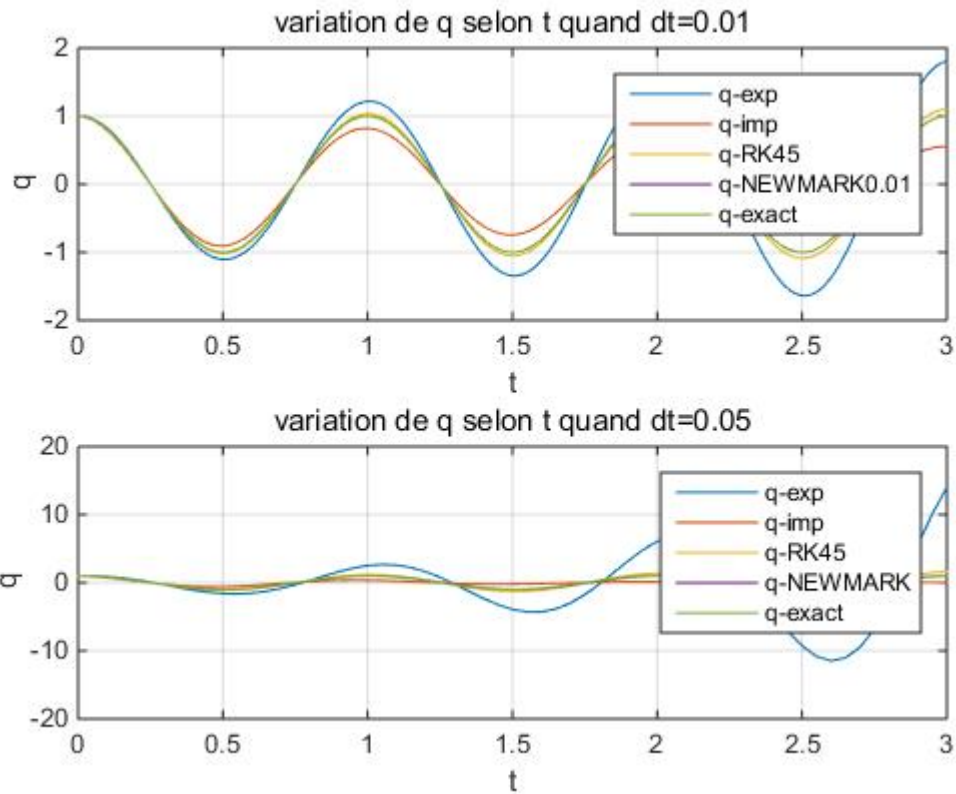
Resolution

```
for j = 1:T0/dt1
    Unm1(:,j+1) = Anm1 * Unm1(:,j);
    Unm3(:,j+1) = Anm3 * Unm3(:,j);
end
for j = 1:T0/dt2
    Unm2(:,j+1) = Anm2 * Unm2(:,j);
    Unm4(:,j+1) = Anm4 * Unm4(:,j);
end
```

Quand dt = 0.01 plot pour comparaison Q 5.1.2

```
figure(8)
subplot(2,1,1);
plot(T1,Uex1(1,:),T1,Uim1(1,:),T1,Urk1(1,:),T1,Unm1(1,:),T1,cos(2*pi*T1));
grid on
legend('q-exp','q-imp','q-RK45','q-NEWMARK0.01','q-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de q selon t quand dt=0.01');

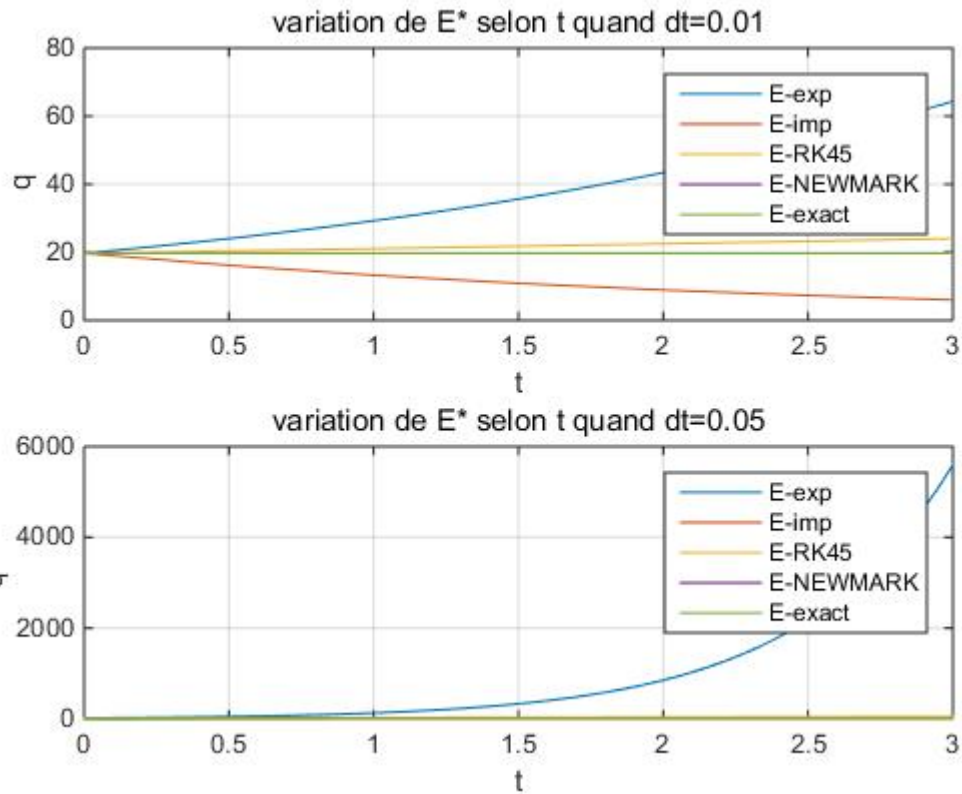
subplot(2,1,2);
plot(T2,Uex2(1,:),T2,Uim2(1,:),T2,Urk2(1,:),T2,Unm2(1,:),T2,cos(2*pi*T2));
grid on
legend('q-exp','q-imp','q-RK45','q-NEWMARK','q-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de q selon t quand dt=0.05');
```



5.1.3 Calculs de E^* dans le cas NEWMARK

```
Enm1 = 1/2*(power(Unm1(2,:),2) + w0^2*power(Unm1(1,:),2));
Enm2 = 1/2*(power(Unm2(2,:),2) + w0^2*power(Unm2(1,:),2));
```

```
figure(9)
subplot(2,1,1);
plot(T1,Eex1,T1,Eim1,T1,Erk1,T1,Enm1,T1,Eexact1(1,:));
grid on
legend('E-exp','E-imp','E-RK45','E-NEWMARK','E-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de E* selon t quand dt=0.01');
subplot(2,1,2);
plot(T2,Eex2,T2,Eim2(1,:),T2,Erk2,T2,Enm2,T2,Eexact2(1,:));
grid on
legend('E-exp','E-imp','E-RK45','E-NEWMARK','E-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de E* selon t quand dt=0.05');
```



5.1.4 Valeur propre

```

vpnm1 = eig(Anm1);
vpnm2 = eig(Anm2);
vpnm1_norme = abs(vpmn1);
vpnm2_norme = abs(vpmn2);

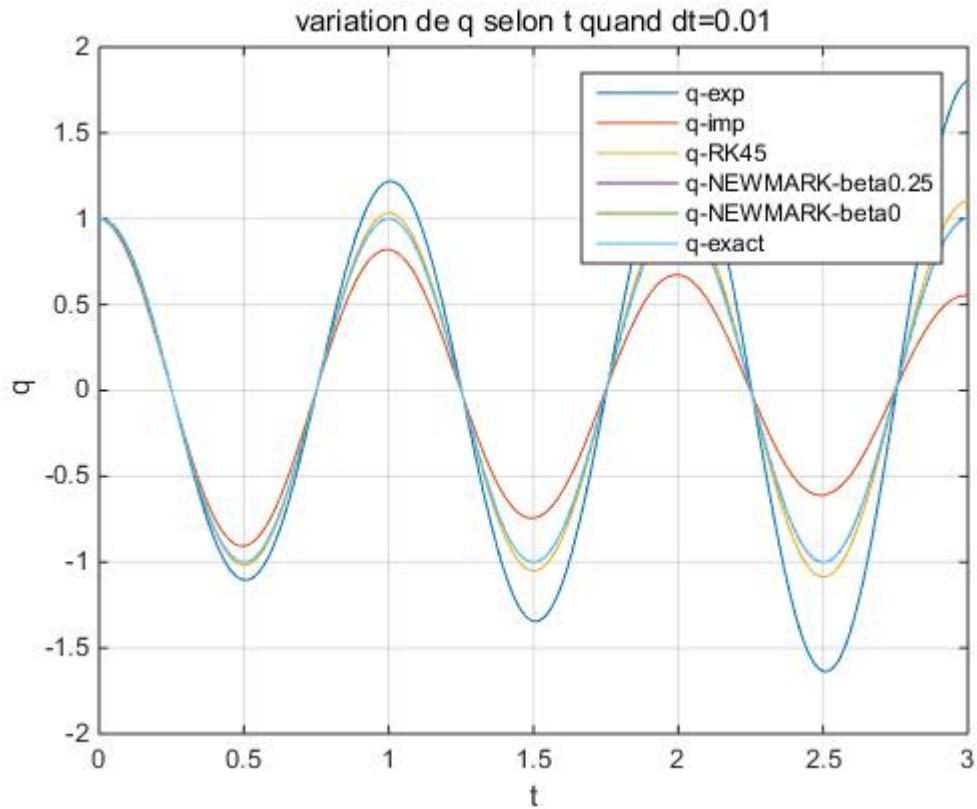
```

5.2.2

```

figure(10);
plot(T1,Uex1(1,:),T1,Uim1(1,:),T1,Urk1(1,:),T1,Unm1(1,:),T1,Unm3(1,:),T1,cos(2*pi*t));
grid on
legend('q-exp','q-imp','q-RK45','q-NEWMARK-beta0.25','q-NEWMARK-beta0','q-exact');
xlabel('t');
ylabel('q');
title('variation de q selon t quand dt=0.01');

```



5.2.3 les comparaison quand $dt = 0.2$ et $dt = 0.5$

```

figure(11);
plot(T1,Unm1(1,:),T1,Unm3(1,:),T1,cos(2*pi*T1));
grid on
legend('q-NEWMARK-beta0.25','q-NEWMARK-beta0','q-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de q selon t quand dt=0.2');

figure(12);
plot(T2,Unm2(1,:),T2,Unm4(1,:),T2,cos(2*pi*T2));
grid on
legend('q-NEWMARK-beta0.25','q-NEWMARK-beta0','q-exact')
xlabel('t')
ylabel('q')
title('variation de q selon t quand dt=0.5');

```

Published with MATLAB® R2014b