Séance 2: Euler Explicite

> Nom Chinois: CAI Pengfei
> Pénom françaus: Vincent
> Numéro d'étudiant: SY1724107

On fournie deux versions de code, le code matlab sont juste après le code python.

2.1)   Comme on a éauqtion (1), on le multiplie par Δt donc on a

$$\Delta t \ddot{q} + \Delta t w_0^2 q = 0$$

Donc on a $\Delta t \ddot{q} = -\Delta t w_0^2 q$. D'après l'équation (5), on a $\dot{q}_{j+1} = \dot{q}_j + \Delta t \ddot{q}_j$. on a:

$$\dot{q}_{j+1} = -\Delta t w_0^2 q_j + \dot{q}_j$$

Et comme $q_{j+1} = q_j + \Delta t \dot{q}_j$. On a bien la matrice d'amplification:

$$\begin{bmatrix} q_{j+1} \\ \dot{q}_{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ -w_0^2 \Delta t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_j \\ \dot{q}_j \end{bmatrix}$$

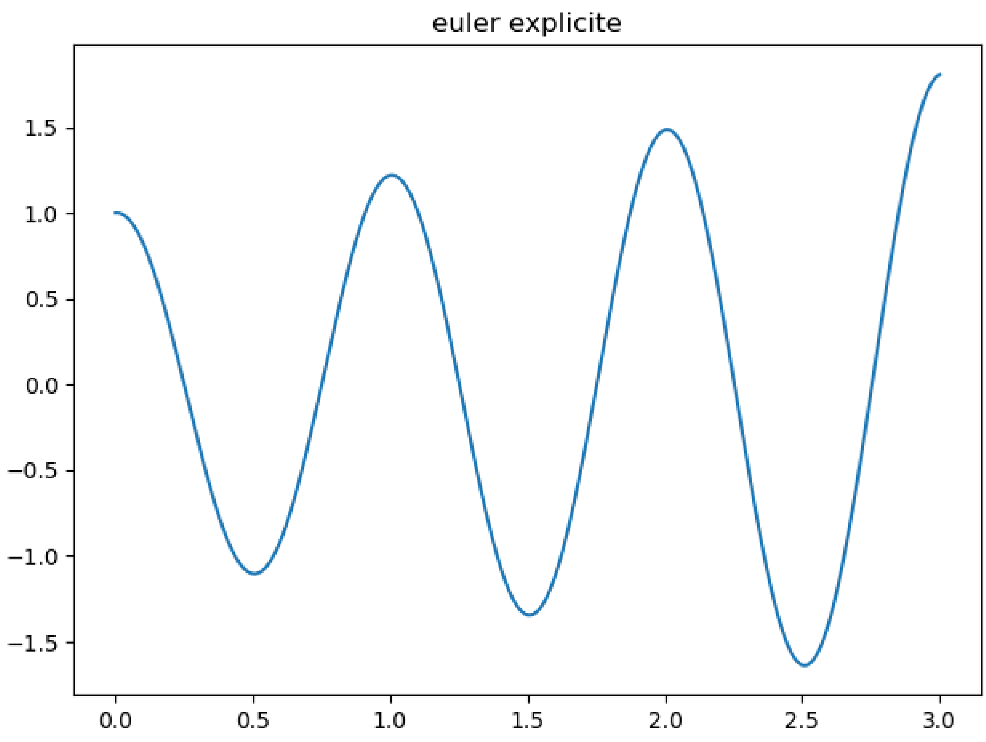
2.2) Code pour la programmation en utilisant Euler Explicite:
code python

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
if __name__ == '__main__':
    delta_t = 0.01
    w_0 = 2*np.pi
    T_0 = 3
    A = np.array([[1, delta_t],[-w_0*w_0*delta_t, 1]])
    etat_init = np.array([1, 0])
    # transpose
    etat_init = etat_init.reshape(-1, 1)

    i = 0
    q_list = []
    t_list = []
    etat_i = etat_init
    t_list.append(i*delta_t)
    q_list.append(etat_i[0][0])
    while(i*delta_t < T_0):
        etat_i = A.dot(etat_i)
        i = i+1
        t_list.append(i * delta_t)
        q_list.append(etat_i[0][0])

    plt.plot(t_list, q_list)
    plt.title("euler explicite")
    plt.show()
```

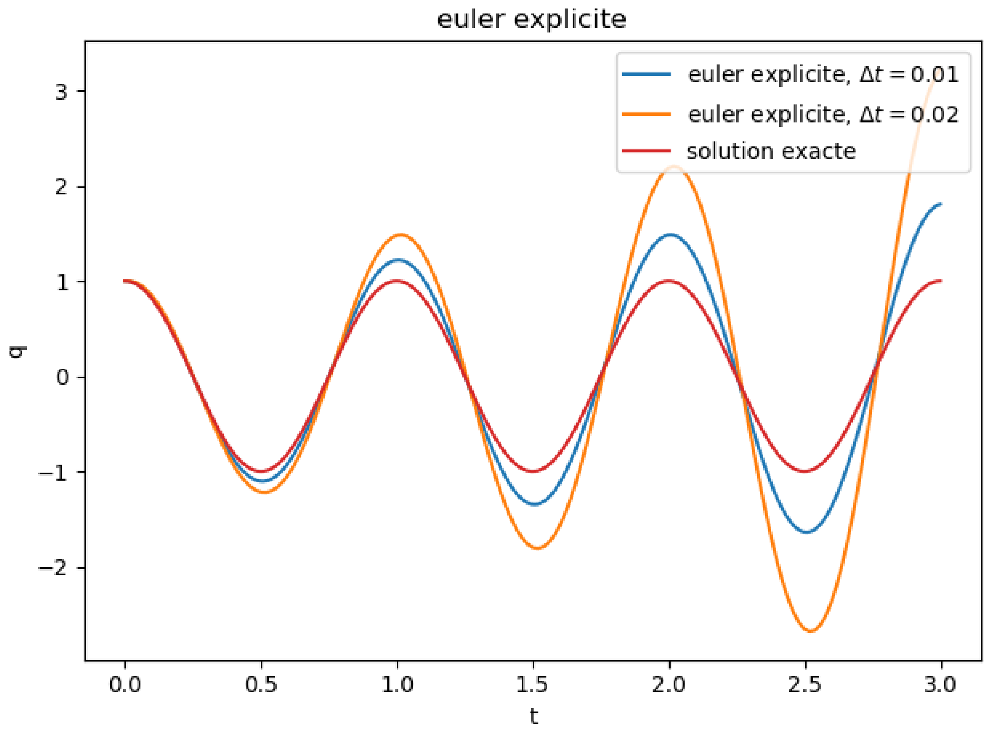
code matlab

```
delta_t = 0.01;
w_0 = 2*pi;
T_0 = 3;
A = [1, delta_t; -w_0*w_0*delta_t, 1];
etat_init = [1; 0];

i = 0;
q_list = [];
t_list = [];
etat_i = etat_init;
t_list = [t_list, i*delta_t];
q_list = [q_list, etat_i(1, 1)];

while(i*delta_t < T_0)
    etat_i = A*etat_i;
    i = i+1;
    t_list = [t_list, i*delta_t];
    q_list = [q_list, etat_i(1, 1)];
end

plot(t_list, q_list)
title('euler explicite')
```

on a la figure ci-dessous ($\Delta t = 0.01s$):

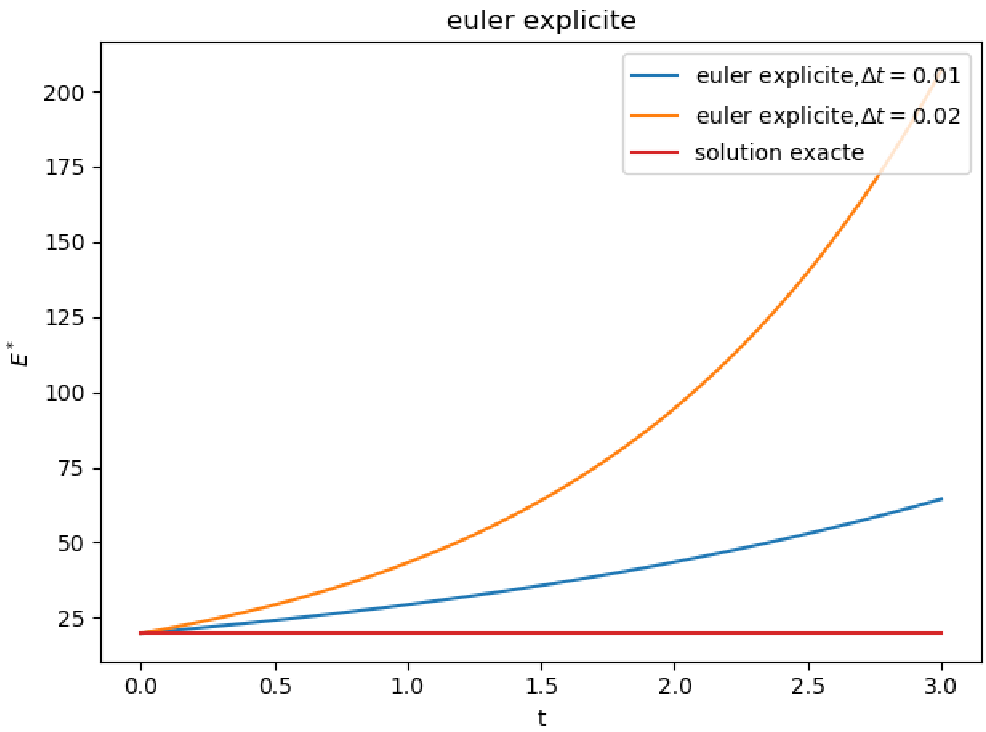


2.3) on a trois courbes ci-dessous:



on peut voir très clairement, quant le temps Δt est petit, plus la divergence est lente. Mais il y a toujours la divergence.

2.4) on a la figure ci-dessous:



Donc pour la méthode euler explicite, l'énergie mécanique de l'oscillateur devient de plus en plus grande. Plus la valeur Δt grand, l'énergie augmente plus vite.

2.5) Pour la matrice d'amplification

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ -w_0^2 \Delta t & 1 \end{bmatrix}$$

D'après la définition de valeur prope, on a $Ax = \lambda x$. x est vecteur prope. on a $(\lambda I - A)x = 0$.

$$\lambda I - A = \begin{bmatrix} \lambda - 1 & -\Delta t \\ w_0^2 \Delta t & \lambda - 1 \end{bmatrix}$$

Il faut calcule $det(\lambda I - A)$

$$det(\lambda I - A) = (\lambda - 1)^2 + w_0^2 \Delta^2 t = 0$$

Donc:

$$\lambda = 1 \pm i w_0 \Delta t$$

On a vu $|\lambda| > 1$, Donc il y a forcément une divergence, le courbe n'est pas stable.