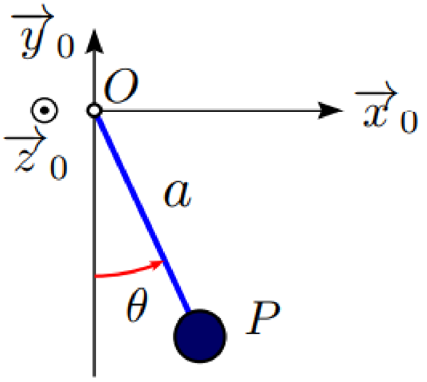
Séance 1: Equations de Lagrange.

> Nom Chinois: CAI Pengfei
> Pénom françaus: Vincent
> Numéro d'étudiant: SY1724107

exercise 1: l'équation du mouvement du pendule simple



D'après l'équation de Lagrange, on sais que:

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0$$

où L est lagrangien. $L = T - V$.

La vitesse du pendule est $\dot{\theta}a$, donc l'énergie cinétique du pendule est:

$$T = \frac{m\dot{\theta}^2 a^2}{2}$$

L'énergie potentielle est :

$$V = -mga \cdot \cos\theta + Cte$$

On propose q est θ. Donc on a:

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial(\frac{m\dot{\theta}^2 a^2}{2} + mga \cdot \cos\theta - Cte)}{\partial \dot{\theta}}) - \frac{\partial(\frac{m\dot{\theta}^2 a^2}{2} + mga \cdot \cos\theta - Cte)}{\partial \theta} = 0$$

.

On a

$$\frac{d}{dt}(ma^2\dot{\theta}) + mga \cdot \sin\theta = 0$$

Puis

$$ma^2\ddot{\theta} + mga \cdot \sin\theta = 0$$

On le divise par ma^2

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{a}\sin\theta = 0$$

Et quand θ est petit, on a: $\sin\theta \approx \theta$ et on note $w_0^2 = \frac{g}{a}, q = \theta$. Donc on a :

$$\ddot{q} + w_0^2 q = 0$$

erexercise 2: Oscillateur conservatif à un degré de liberté.

1

1.1) Pour l'équation

$$\ddot{q} + w_0^2 q = 0 \tag{1}$$

On associe son équation caractéristique $r^2 + w_0^2 = 0$. On a deux résolution pour cette équation: $r_1 = iw_0$ et $r_2 = -iw_0$. Donc on propose la solution générale de l'équation (1) est:

$$q = C_1 cos(w_0 t) + C_2 sin(w_0 t)$$

D'après les conditions inititiales, $w_0 = 2\pi \text{ rad}.s^{-1}$, $q(t=0) = 1$ et $\dot{q}(t=0) = 0$, on a $C_1 = 1, C_2 = 0$. Donc:

$$q = cos(w_0 t)$$

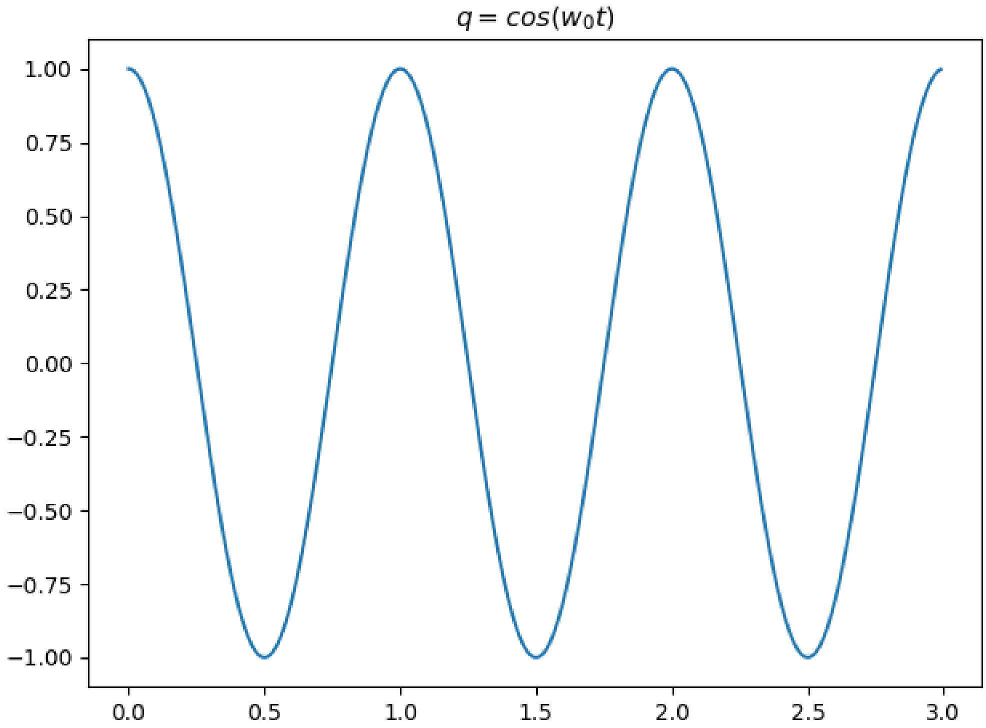
code python

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
if __name__ == '__main__':
    t = np.arange(0, 3, 0.01)
    w_0 = 2*np.pi
    q = np.cos(w_0*t)
    plt.plot(t, q)
    plt.title(r"$q = cos(w_0t)$")
    plt.show()
```

code matlab

```
t = 0:0.01:3;
w0 = 2*pi;
q = cos(t);
plot(t, q)
```

Et on a la figure ci-dessous:



1.2) E^* est définie par la relation $E^* = \frac{1}{2}(\dot{q}^2 + w_0^2 q^2)$, donc on a

$$E^* = \frac{w_0^2}{2}$$

Donc l'énergie méganique de l'oscillateur reste la même.