

Devoir : Oscillateur à déphaseur RC

Prénom Français : Vincent
Nom Chinois : Pengfei CAI
Numéro d'étudiant : SY1724107

1. Etude théorique

1. On a le schéma de l'oscillateur à déphaseur RC affiché dans Figure 1.

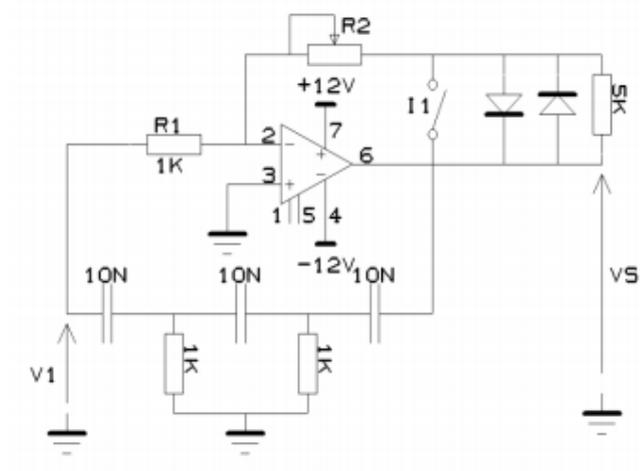


Figure 1

Pour chercher la fonction de transfert de l'oscillateur. On doit chercher la fonction de transfert de la contre réaction. C'est-à-dire $\beta(j\omega)$.

Maintenant on considère les cellules RC en cascade affichées dans Figure 2.

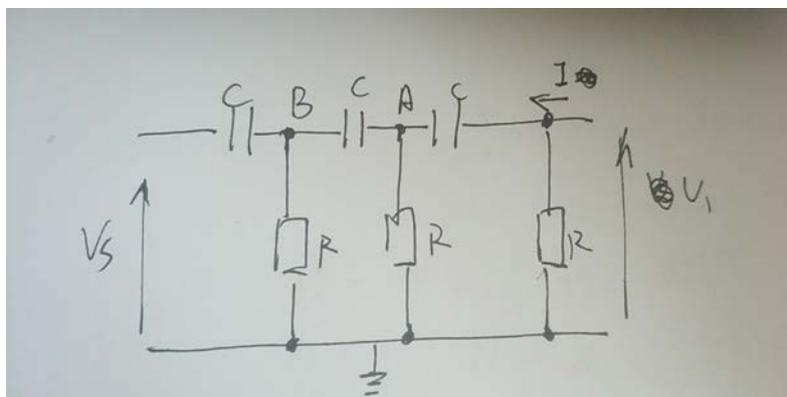


Figure 2

D'après le loi des noeuds en point B. On a

$$jCw(V_A - V_B) = jCw(V_B - V_S) + \frac{V_B}{R}$$

$$jRCw(V_S - V_B + V_A - V_B) - V_B = 0$$

On suppose $x = RCw$, donc on a :

$$jxV_S + jxV_A = V_B(1 + 2jx)$$

$$V_B = \frac{jxV_S + jxV_A}{1 + 2jx}$$

D'après les lois de noeud en point A, de la même manière on a :

$$jxV_B + jxV_1 = V_A(1 + 2jx)$$

Donc on a :

$$jx \frac{jxV_S + jxV_A}{1 + 2jx} + jxV_1 = V_A(1 + 2jx)$$

Ensuite on a:

$$V_A = \frac{(jx)^2 V_S + jx(1 + 2jx)V_1}{1 + 4jx + 3(jx)^2}$$

D'après la diviseur de tension on a :

$$V_1 = \frac{R}{\frac{1}{jCw} + R} V_A = \frac{jRCw}{1 + jRCw} V_A = \frac{jx}{1 + jx} V_A$$

Donc on a

$$\frac{1 + jx}{jx} V_1 = \frac{(jx)^2 V_S + jx(1 + 2jx)V_1}{1 + 4jx + 3(jx)^2}$$

Finalement on a

$$\beta(jw) = \frac{V_1}{V_S} = \frac{(jx)^3}{1 + 5(jx) + 6(jx)^2 + (jx)^3}$$

Soit :

$$\beta(jw) = \frac{1}{1 - \frac{5}{x^2} - j\left(\frac{6}{x} - \frac{1}{x^3}\right)}$$

Où $x = RCw$.

Pour chercher la fréquence d'oscillation, il faut le déphasage en boucle est un multiple entier de π . Il impose que la partie imaginaire de $\beta(jw)$ soit nulle. Donc on a :

$$\frac{6}{x} - \frac{1}{x^3} = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{6}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{6}}$$

C'est-à-dire que :

$$RCw_0 = \sqrt{\frac{1}{6}}$$

Donc on a la fréquence d'oscillation est

$$f_0 = \frac{w_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{6}RC}$$

La stabilité est définie par :

$$S(w_0) = \left| \frac{d\varphi(\beta(jw))}{d(w/w_0)} \right|_{w=w_0}$$

Dabord il faut chercher l'argument de $\beta(jw)$

$$\varphi(\beta(jw)) = \arg(\beta(jw)) = \arg(N) - \arg(D)$$

Où N et D sont respectivement numérateur et dénominateur de $\beta(jw)$. Et on a :

$$\arg(N) = 0$$

$$\arg(D) = \arctan\left(-\frac{\frac{6}{x} - \frac{1}{x^3}}{1 - \frac{5}{x^2}}\right) = \arctan\left(\frac{1 - 6x^2}{x^3 - 5x}\right)$$

Donc on a :

$$\varphi(\beta(jw)) = -\arctan\left(\frac{1 - 6x^2}{x^3 - 5x}\right)$$

On suppose $r = w/w_0 = \sqrt{6}RCw = \sqrt{6}x$, donc $x = (1/\sqrt{6})r$, puis on a :

$$\varphi(\beta(r)) = -\arctan\left(\frac{1 - r^2}{\frac{1}{6\sqrt{6}}r^3 - \frac{5}{\sqrt{6}}r}\right)$$

Donc on peut calculer $S(w_0)$

Le calcul est long, tout est affiché dans Figure 3. Donc on a la stabilité en fréquence est :

$$S(w_0) = \frac{12}{29}\sqrt{6} \approx 1.01$$

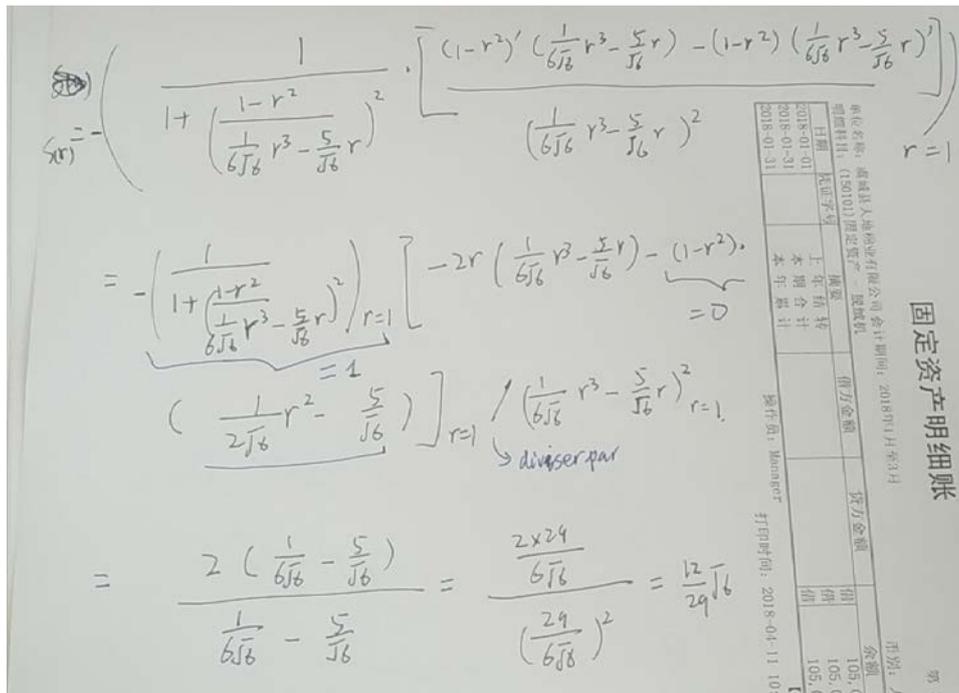


Figure 3

Pour maintenir les oscillation, il faut que :

$$A = \frac{1}{\beta(j\omega_0)} = -29$$

Pour la partie amplificateur, on sait que :

$$A = \frac{-R_2}{R_1}$$

On a

$$A = -\frac{R_2}{R_1} = -29$$

2. Etude numérique

2. Numériquement, on a $R = 1 \text{ k}\Omega$, et $C = 10 \text{ nF}$. Le montage du déphaseur RC dans logicielle LTSpice est affiché dans Figure 4.

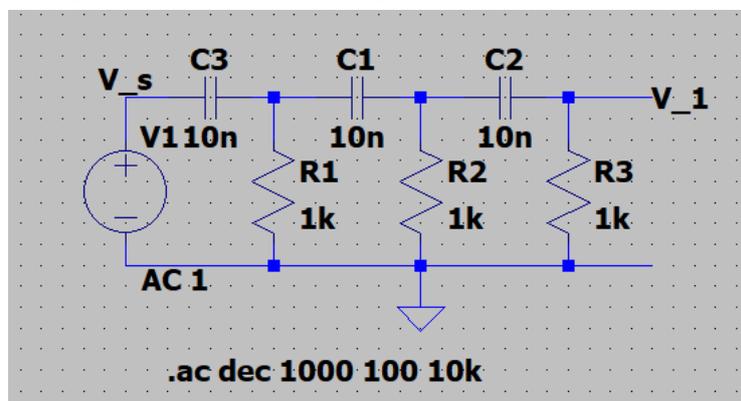


Figure 4

Quand on met des fréquences de 100 Hz à 10 kHz, on a le résultat affiché dans Figure 5.

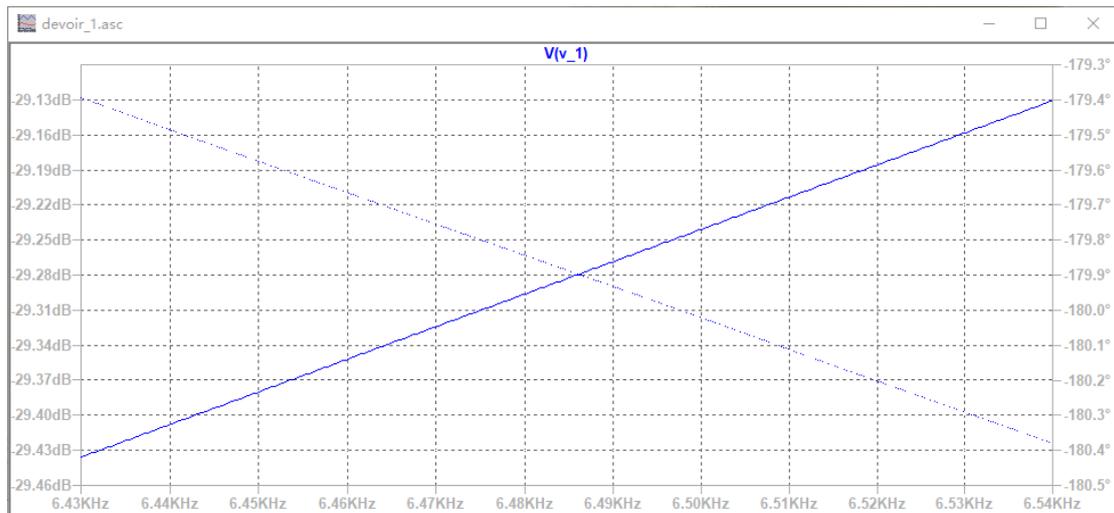


Figure 5

3. On a la fréquence d'oscillation qui vaut :

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{6RC}} \approx 6497.47 \text{ Hz}$$

D'après la diagramme de phase on trouve à 6.497 kHz on a bien la phase qui vaut $-\pi$ (Voir la Figure 6).

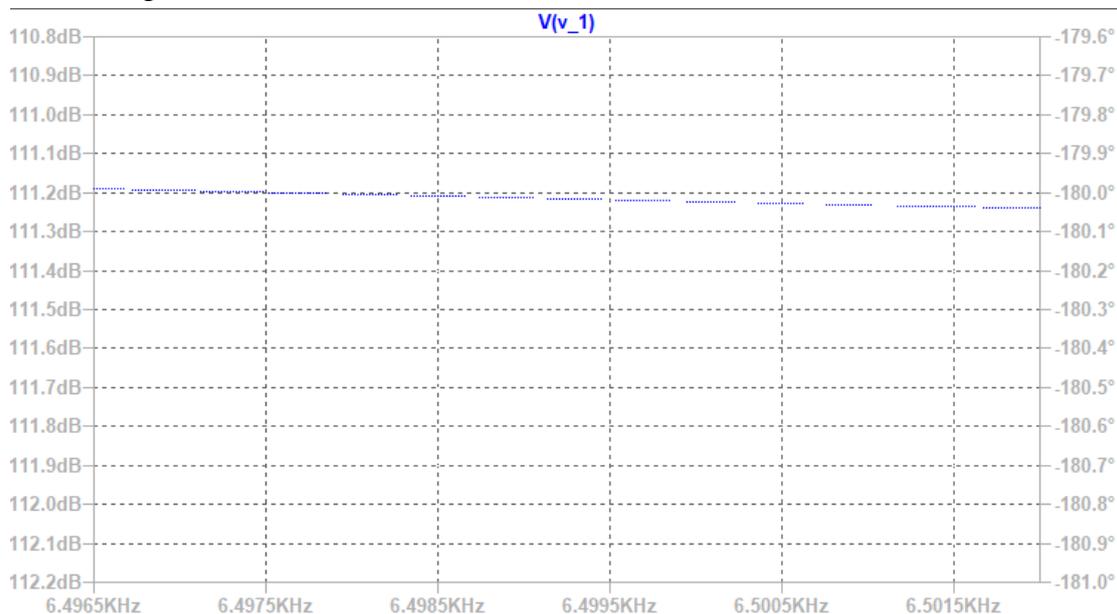


Figure 6

Quand on regarde le gain, c'est un peu difficile à comprendre. Mais d'après la définition du gain, on a

$$\text{Gain} = 20 \log|\beta(j\omega)|$$

A la fréquence d'oscillation on a :

$$\text{Gain} = 20 \log(-1/29) \approx -29.25 \text{ dB}$$

On peut mesuré dans Figure 5, c'est exactement la condition (Voir la Figure 7).

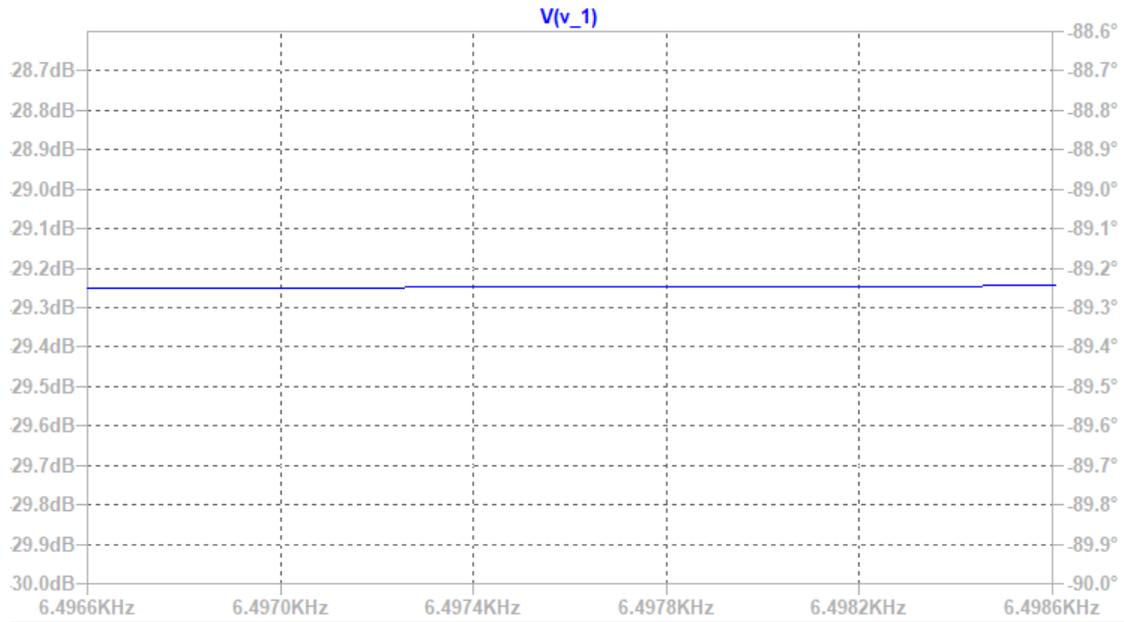


Figure 7

4. D'après la définition de la pente à la fréquence d'oscillation, on a

$$p_{f_0} = \left| \frac{d\varphi}{df} \right|_{f=f_0}$$

$$p_{f_0} = \left| \frac{d\varphi}{d\left(\frac{w}{w_0}\right)} \frac{d\left(\frac{w}{w_0}\right)}{df} \right|_{f=f_0}$$

Donc on a

$$p_{f_0} = S(w_0) \frac{2\pi}{w_0} = S(w_0) \frac{1}{f_0}$$

Finalement on a

$$S(w_0) = f_0 p_{f_0}$$

Pour chercher numériquement le valeur de la stabilité, il faut d'abord chercher la pente de phase à la fréquence d'oscillation. Voir la Figure 8, on peut calculer la pente.

$$p_{f_0} = \frac{\frac{17.820488}{180} \times \pi \times 10^{-3}}{1.992838}$$

En suite a le valeur de $S(w_0)$

$$S(w_0) = f_0 p_{f_0} = 6497.47 p_{f_0} = 1.01407 \approx 1.10$$

C'est très proche du valeur théorique.

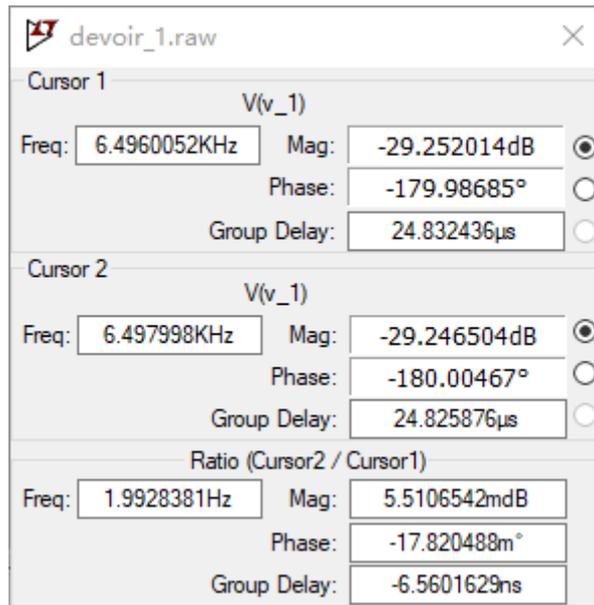


Figure 8

5. On a créé le schéma de l'oscillateur complet dans LTSpice.

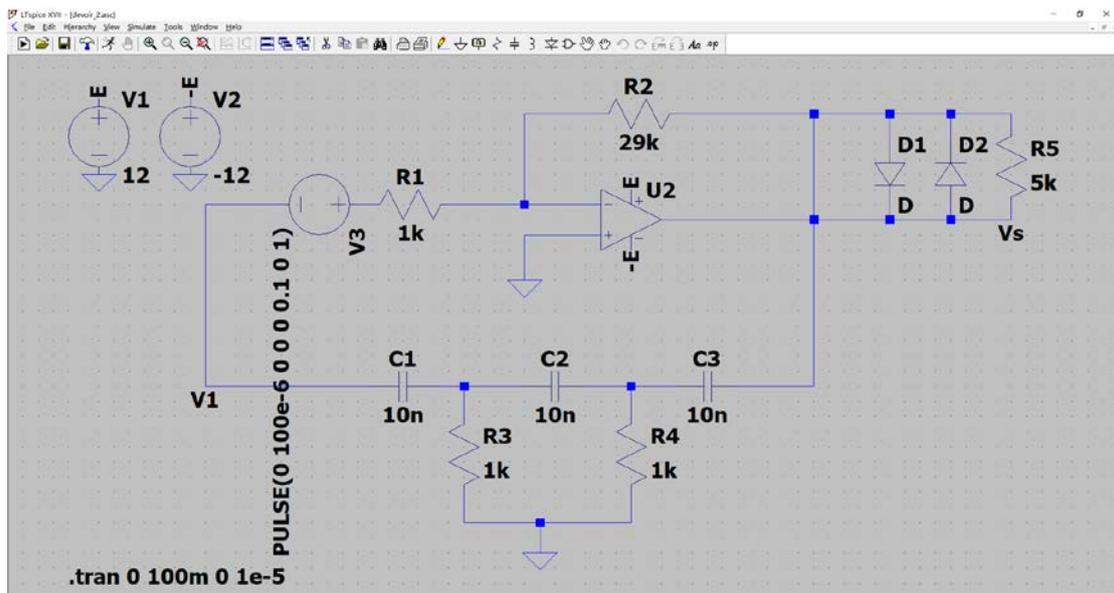


Figure 9

6. On simule sur une durée de 100 ms.

Premier cas : $|A\beta(j\omega)| < 1$, si $R_1 = 1k\Omega$, il faut que $R_2 < 29k\Omega$, on prend $R_2 = 29k\Omega$, On peut voir très clairement une atténuation affiché dans Figure 10.

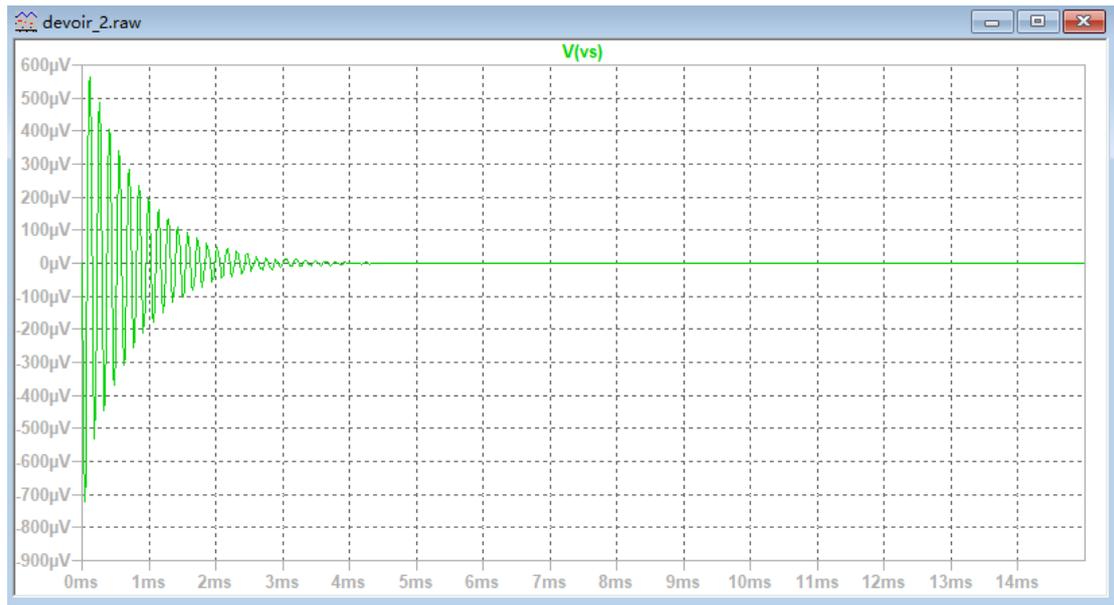


Figure 10

Deuxième cas : $|A\beta(j\omega)| = 1$, si $R_1 = 1k\Omega$, il faut que $R_2 = 29k\Omega$, on prend $R_2 = 29k\Omega$. On a le résultat affiché dans Figure 11. Il y a une légère atténuation, c'est-à-dire que le gain est légèrement différent du gain théorique.

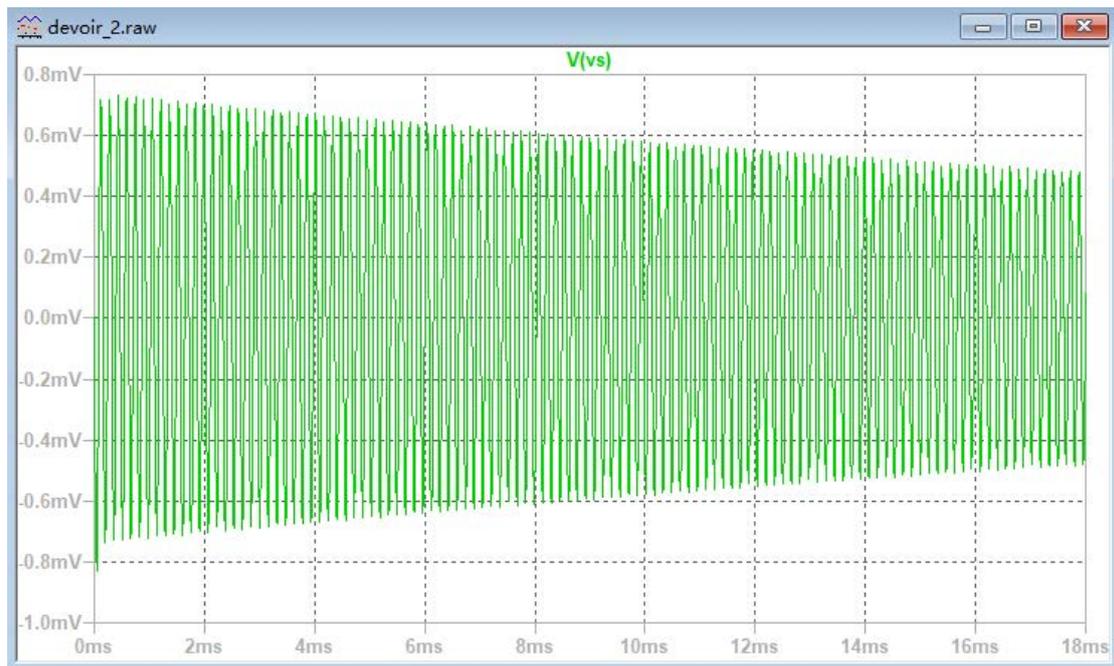


Figure 11

Si on prend $R_2 = 29.09k\Omega$, on peut voir qu'il y a une amélioration dans Figure 12.

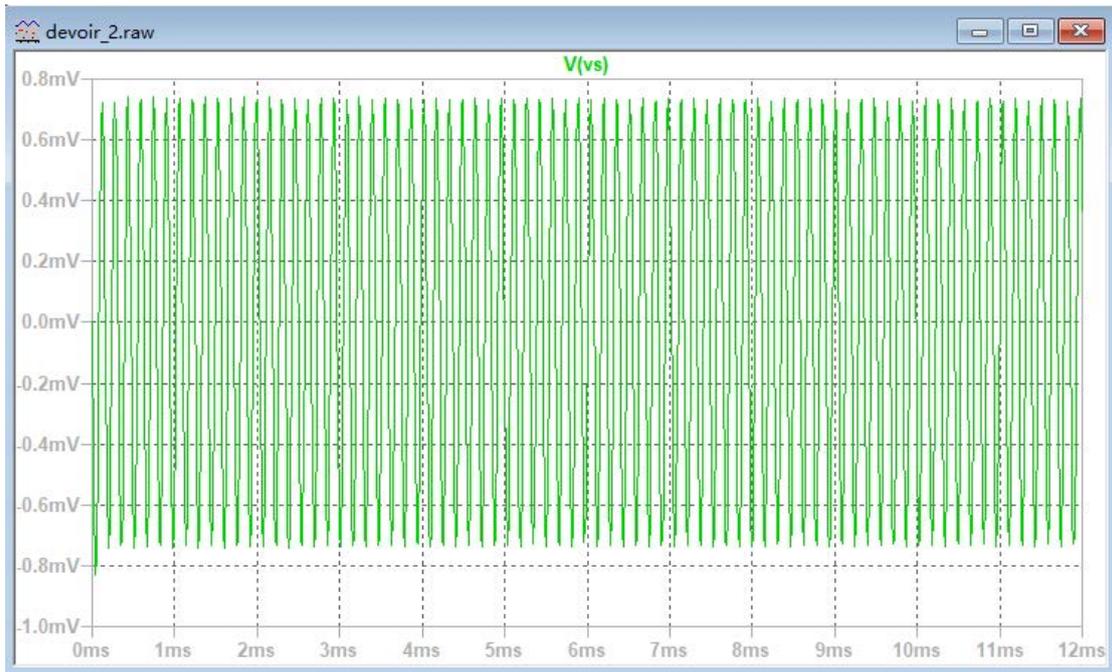
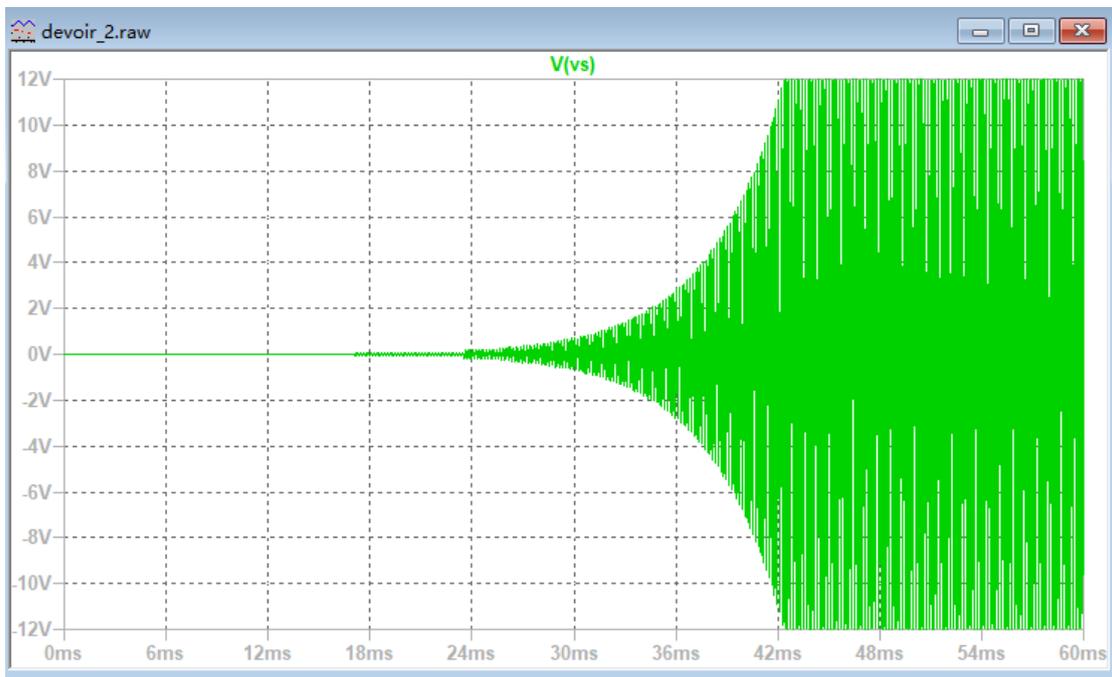


Figure 12

Troisième cas : $|A\beta(j\omega)| > 1$, si $R_1 = 1k\Omega$, il faut que $R_2 > 29k\Omega$, on prend $R_2 = 30k\Omega$. Après quelques millisecondes on a la saturation.



7. Avec I1 ouvert, on a l'amplificateur affiché dans Figure 13 et $R_3 = 5k\Omega$

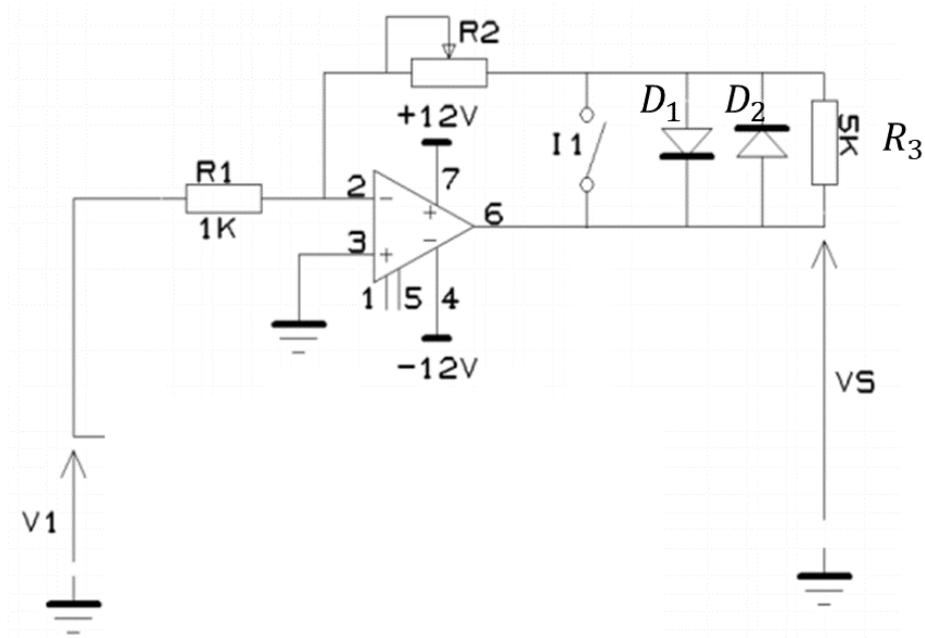


Figure 13

On peut créer le schéma de l'amplificateur opérationnel seul en utilisant LTSpice. Il est affiché dans Figure 14.

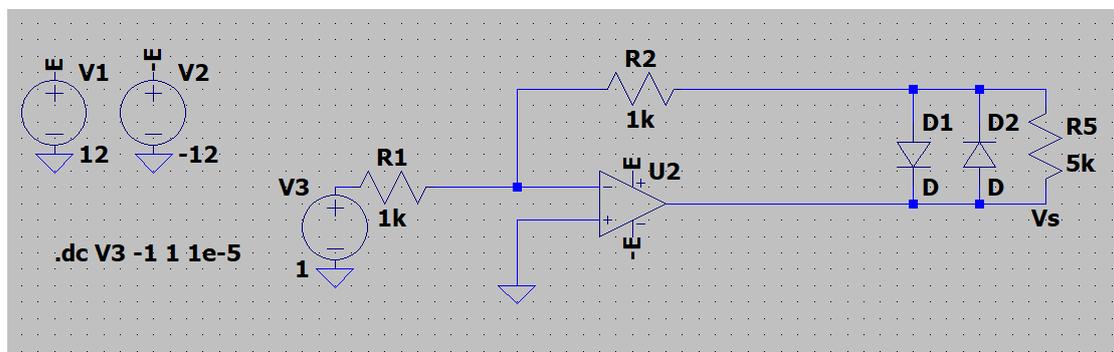


Figure 14

On d'abord suppose D_1 et D_2 sont bloquées. Alors dans ce cas la on a

$$\frac{0 - V_1}{R_1} = \frac{V_s}{R_2 + R_3} = \frac{V_{R_3}}{R_3}$$

Donc on a:

$$A = \frac{V_s}{V_1} = -\frac{R_2 + R_3}{R_1}$$

$$V_{R_3} = -\frac{R_3}{R_1} V_1$$

La caractéristique courant-tension d'une diode idéale est affiché dans Figure 15 .

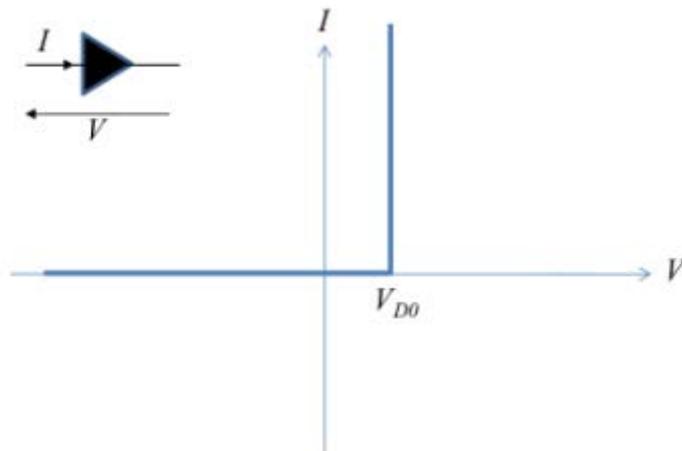


Figure 15

Donc D_2 devient passante lorsque $V_{R_3} < -V_{D_0}$, c'est-à-dire $V_1 > \frac{R_1}{R_3} V_{D_0}$. Lorsque D_2 est passante et D_1 bloquante. On a

$$V_s = \frac{-V_1}{R_1} \times (R_2) + V_{D_0} = -\left(\frac{R_2}{R_1}\right) V_1 + V_{D_0}$$

8. On prend $R_1 = R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 5 \text{ k}\Omega$. En utilisant une simulation de type « DC sweep », on a la relation entre V_s et V_1 affiché dans Figure 16 pour des tensions V_e comprise entre -1 V et 1 V.



Figure 16

Et quand on mesure la pente aux deux extrémité, on a la pente qui vaut -1.06, ce qui correspond bien à la valeur théorique $-\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = -1$ (Voir la Figure 17).

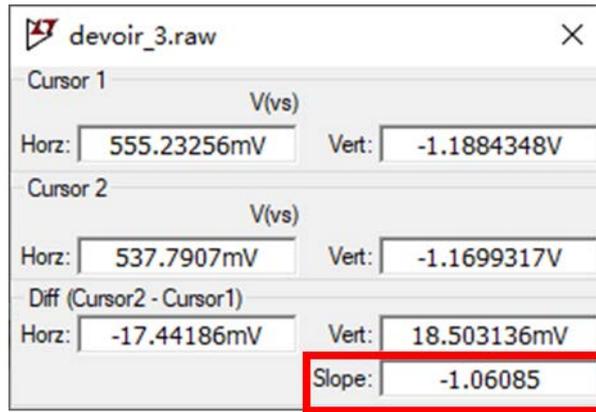


Figure 17

Quand on mesure la pente au milieu, on a bien la pente -6.00, ce qui correspond au valeur théorique $-\frac{R_2+R_3}{R_1} = -6$ (Voir la Figure 18).

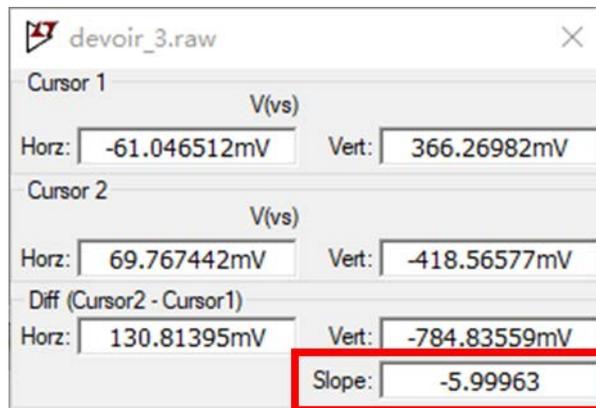


Figure 18

Les deux diode permettent de contrôler l'amplitude en jouant sur R_2 , c'est beaucoup plus pratique.