Retrouver l'équation du mouvement du pendule simple avec les équations de Lagrange

Les équations de Lagrange:

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i}\right] - \frac{\partial L}{\partial x_i} = Q_i \qquad \left(L = E_c - E_p \;\; et \;\; \frac{\partial E_p}{\partial \dot{x}_i} = 0\right)$$

Pour le pendule simple soumis à l'action de la pesanteur, θ definit la position du pendule, on a :

$$E_c = \frac{md^2\dot{\theta}^2}{2}$$

$$E_p = -mgd\cos\theta + cte$$

$$\delta w = 0$$

D'après les équations de Lagrange :

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right] - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

Donc,

$$d\ddot{\theta} + g\sin\theta = 0$$

En posant :

$$\omega^2 = \frac{g}{d}$$

On obtient :

$$\ddot{\theta} + \omega^2 \sin\theta = 0$$

En faisant l'hypothèse que $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ sont des infiniment petits d'ordre 1, $\sin\theta \approx \theta$:

$$\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$$

C'est l'équation du mouvement du pendule simple

L'exercice Oscillateur conservatif à un degré de liberté

1.1 Code en Matlab

```
syms q w0
b='D2q = - (w0^2) * q';
q = dsolve (b, 'q (0) =1, Dq(0)=0');
q=subs (q, w0,2*pi)
```

Result: q = exp(-pi*t*2i)/2 + exp(pi*t*2i)/2

1.2 Code en Matlab

```
 syms E
E = 0.5* (diff(q)^2+(w0^2)*(q^2));
E=subs(E,w0,2*pi);
E=simplify(E)
```

Result: E = 2*pi^2