Mécanique Numérique DM1

1.L'équation du mouvement du pendule simple avec l'équation de Lagrange

L'équation du mouvement du pendule simple avec l'équation de Lagrange

θ: position du pendule (très petit)

a: longeur de la corde

$$E_c(\theta) = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} m (a\cdot\dot{\theta})^2 = \frac{m a^2 \dot{\theta}^2}{2}$$

Suppose que $E_p(m, y=0) = 0$

On a $E_p(\theta) = 0 - mg\cos\theta \cdot a = -mga\cos\theta$

on a pas de force extene, donc $\delta W = 0$

Équation de Lagrange:

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\theta}}\right] - \frac{\partial E_c}{\partial \theta} + \frac{\partial E_p}{\partial \theta} = 0$$

$$\rightarrow \frac{d}{dt}\frac{\partial\left(\frac{ma^2\dot{\theta}^2}{2}\right)}{\partial\dot{\theta}} - \frac{\partial\left(\frac{ma^2\dot{\theta}^2}{2}\right)}{\partial\theta} + \frac{\partial}{\partial\theta}(-mga\cos\theta) = 0$$

$$\Rightarrow ma^2\ddot{\theta} - 0 + mga\sin\theta = 0$$

on a $a \neq 0$, $m \neq 0$ donc

$$a\ddot{\theta} + g\sin\theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{a}\sin\theta = 0$$

Parce que $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ sont très petits,

donc $\sin\theta \sim \theta$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{a}\theta = 0$$

donc $\omega_0^2 = \frac{g}{a}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{a}}$

2.Résoudre la question avec Matlab

2.1Solution exacte

Script Matlab

```
syms x
b='d2x=-(2*pi)^2*x';
x=dsolve(b,'x(0)=1','dx(0)=0')
```

et on obtient que x = cos(2*pi*t).

2.2 Calcul de E*

Script Matlab

```
syms x
b='d2x=-(2*pi)^2*x';
x=dsolve(b,'x(0)=1','dx(0)=0')
dx=diff(x);
E_etoile=1/2*(dx^2+(2*pi*x)^2)
E_etoile_simplifie=simplify(E_etoile)
```

On obtient que E*=2*pi^2, constant.