DM 4 - partie 2

Nom et prénom: Maël - Ji Zhenhua

Numéro d’étudiant: SY1924113

Exercice 4: Oscillateur non linéaire à un degré de liberté

1. Newmark Explicite

1.1 Les relations entre les valeurs des fonctions aux instants t_j et t_{j+1}.

Pour un schéma de Newmark explicite, on prend $\beta = 0$ et $\gamma = 0.5$, et on peut obtenir les 2 relations comme les suivantes.

$$q_{j+1} = q_j + \Delta t \dot{q}_j + \frac{1}{2}\Delta t^2 \ddot{q}_j$$

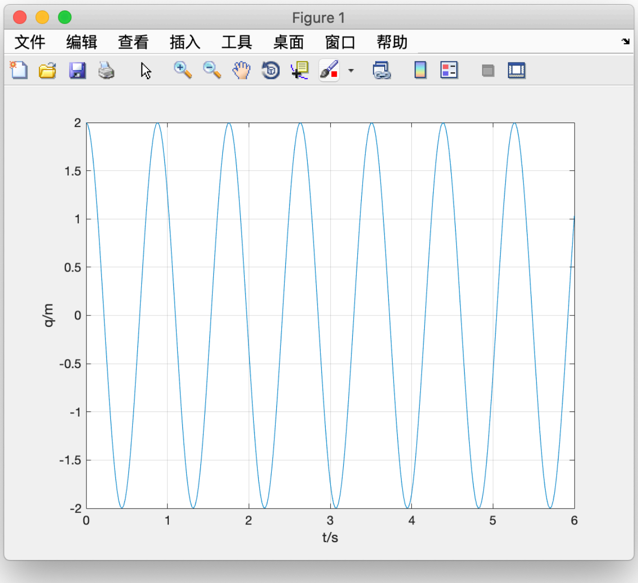
$$\dot{q}_{j+1} = \dot{q}_j + \frac{1}{2}\Delta t \ddot{q}_j + \frac{1}{2}\Delta t \ddot{q}_{j+1}$$

Et à partir de l'équation du mouvement, on peut obtenir une autre relation comme la suivante.

$$\ddot{q}_j = -\omega_0^2 q_j (1 + a q_j^2)$$

1.2 Programmation sur Matlab

```matlab
a = 0.1;
omega0 = 2 * pi;
T0 = 6;

gamma = 0.5;
beta = 0;

h = 0.02;
t = 0:h:T0;

q(1) = 2;
dq(1) = 0;
ddq0(1) = -omega0^2 * q(1) * (1 + a * q(1)^2);

for n = 2:length(t)
    q(n) = q(n-1) + h * dq(n-1) + 0.5 * h^2 * ddq0(n-1);
    ddq(n-1) = -omega0^2 * q(n) * (1 + a * q(n)^2);
    dq(n) = dq(n-1) + 0.5 * h * (ddq0(n-1) + ddq(n-1));
    ddq0(n) = ddq(n-1);
end

plot(t,q);
hold on; grid on;

xlabel('t/s');
ylabel('q/m');
```



1.3 Les valeurs numériques

Quand $t = 0, q(t) = 2$

Quand $t = \Delta t, q(t) = 1.977892086141560$

Quand $t = 2\Delta t, q(t) = 1.912331781918763$

Quand $t = T_0, q(t) = 1.032942347448447$

2. Newmark Implicite

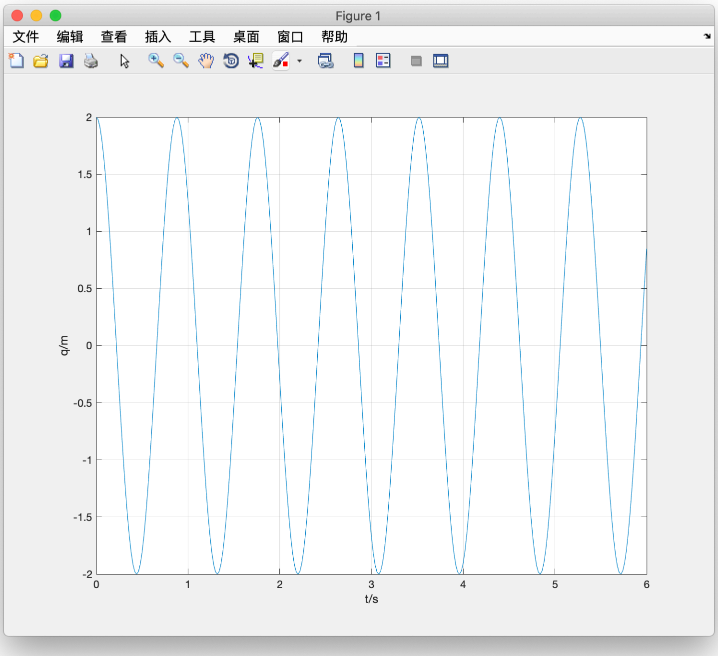
2.1 L'erreur entre la quantité calculée avec la quantité exacte est la quantité que l'on cherche à minimiser.

2.2 L'expression analytique

$$\epsilon = \ddot{q}(t_{j+1}) - \ddot{q}^*_{j+1} = -\omega_0^2 q_{j+1}(1 + a q^2_{j+1}) - \ddot{q}^*_{j+1}$$

2.3 Programmation sur Matlab

```matlab
a = 0.1;
omega0 = 2 * pi;
T0 = 6;

gamma = 0.5;
beta = 0.25;

h = 0.02;
t = 0:h:T0;

q(1) = 2;
dq(1) = 0;
ddq(1) = -omega0^2 * q(1) * (1 + a * q(1)^2);

for n = 1:length(t) - 1
    ddq(n+1) = 0;
    dq(n+1) = dq(n) + 0.5 * h * ddq(n);
    q(n+1) = q(n) + h * dq(n) + 0.25 * h^2 * ddq(n);
    ddq_estimee = -omega0^2 * q(n+1) * (1 + a * q(n+1)^2);

    while (abs(ddq(n+1)-ddq_estimee)>0.0001)
        ddq(n+1) = ddq_estimee;
        dq(n+1) = dq(n) + 0.5 * h * ddq(n) + 0.5 * h * ddq(n+1);
        q(n+1) = q(n) + h * dq(n) + 0.25 * h^2 * ddq(n) + 0.25 * h^2 * ddq(n+1);
        ddq_estimee = -omega0^2 * q(n+1) * (1 + a * q(n+1)^2);
    end
end

plot(t,q);
hold on; grid on;

xlabel('t/s');
ylabel('q/m');
```



2.4 Les valeurs numériques

Quand $t = 0, q(t) = 2$

Quand $t = \Delta t, q(t) = 1.978081314661057$

Quand $t = 2\Delta t, q(t) = 1.913062681725944$

Quand $t = T_0, q(t) = 0.848519210617706$

3. Énergie Mécanique

3.1 L'énergie mécanique

L'énergie mécanique du système est définie par la somme de l'énergie cinétique de la masse et l'énergie potentielle du ressort. Donc, elle s'écrit comme la suivante.

$$E(t) = \frac{1}{2}m\left(\dot{q}(t)\right)^2 + \frac{1}{2}k\left(q(t)\right)^2$$

3.2 Programmation sur Matlab

```
E(n) = 0.5 * (dq(n)).^2 + 0.5 * omega0^2 * (q(n)).^2;
```

3.3 Si on prend $\Delta t = 0.02s$, on peut obtenir le graphique comme le suivant. On peut observer que l'énergie mécanique du système oscille à cause de l'erreur pendant le calcul. En fait, l'énergie du système doit être une constante.