Exercice 1

1.1 équation (1) :

$$\ddot{q} + {\omega_0}^2 q = 0$$

On pose que

$$\mathrm{q} = \exp(\lambda \mathrm{t})$$

alors

$$(\lambda^2 + {\omega_0}^2)\exp(\lambda \mathrm{t}) = 0$$

donc on a

$$\lambda^2 + {\omega_0}^2 = 0$$

parce que

$$0 - 4 \times 1 \times {\omega_0}^2 < 0$$

donc la solution d’équation caractéristique est

$$\lambda_1 = \omega_0 i,\ \lambda_2 = -\omega_0 i$$

donc

$$\mathrm{q} = C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 \sin(\omega_0 t)$$

on a alors

$$\dot{q} = -\omega_0 C_1 \sin(\omega_0 t) + \omega_0 C_2 \cos(\omega_0 t)$$

d’après la condition initiale (4), on a

$$\begin{cases} 1 = C_1 \\ 0 = \omega_0 C_2 \end{cases}$$

donc on a

$$\begin{cases} C_1 = 1 \\ C_2 = 0 \end{cases}$$

La solution d’équation (1) est

$$\mathrm{q} = \cos(2\pi t)$$

Programer la solution :

```
clear all;
close all;
clc;
T0 = 3;
w0 = 2*pi;
w0c = w0*w0;
q0 =1;
dq0 = 0;
dte = 0.01
te = (0:dte:T0) ; % t=0:dte:3;
tic;
ind =1;
for t= te
q(ind) = q0 * cos(w0 * t) + dq0/w0 * sin(w0 * t) ;
dq(ind) = -w0 * q0 * sin(w0 * t) + dq0 * cos(w0 * t) ;
ddq(ind) = - w0c * q(ind) ;
```

```
energe(ind) = 0.5*( dq(ind)* dq(ind) + w0c *(q(ind)^2));
ind = ind+1;
end ; toc;
q= q';
plot(te,q,te, dq,te, ddq, '-r','Linewidth',2)
plot(q,dq,q, ddq, '-r','Linewidth',2)
plot(q,ddq, '-r','Linewidth',2)
plot(te,q, '-r','Linewidth',2)
grid on;
```

1.2 On a

$$E^* = \frac{1}{2}(\dot{q} + {\omega_0}^2 q^2)$$
$$\mathrm{q} = \cos(2\pi t)$$
$$\dot{q} = -2\pi\sin(2\pi t)$$

alors on peut obtenir que

$$E^* = \frac{1}{2}(4\pi^2 sin^2(2\pi t) + 4\pi^2 cos^2(2\pi t)) = 2\pi^2$$

La valeur de E^*est un constant.