2.1 On a relation (1)

$$\ddot{q} + {\omega_0}^2 q = 0$$

et relation (5)

$$\begin{vmatrix} q_{j+1} \\ \dot{q}_{j+1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} q_j \\ \dot{q}_j \end{vmatrix} + \Delta t \times \begin{vmatrix} \dot{q}_j \\ \ddot{q}_j \end{vmatrix}$$

On peut calculer que

$$\begin{vmatrix} q_{j+1} \\ \dot{q}_{j+1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} q_j \\ \dot{q}_j \end{vmatrix} + \Delta t \times \begin{vmatrix} \dot{q}_j \\ -{\omega_0}^2 q_j \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ -{\omega_0}^2 \Delta t & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} q_j \\ \dot{q}_j \end{matrix}$$

2.2 Programmez la résolution de l'équation (1) à l'aide d'un schéma d'EULER explicite :

méthode 1 : sans la matrice d'amplification

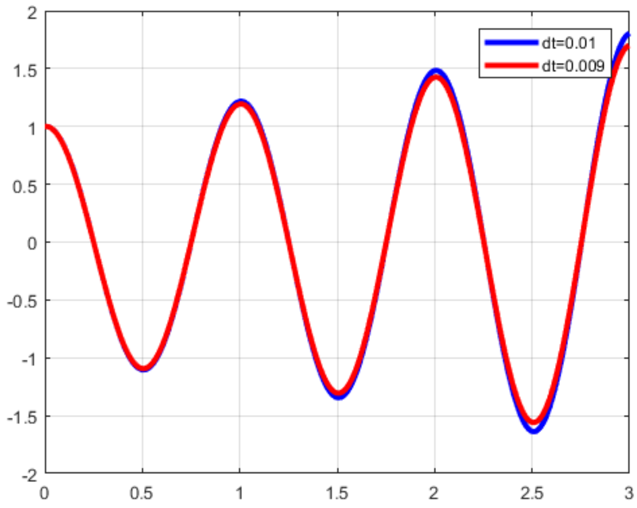
```
clear all
dt1 = 0.01;
T0=3 ;
q0 =1;
dq0=0;
w0 = 2*pi;
w0c = w0*w0;
t1 = (0:dt1:T0)';
np1 = size(t1,1);
q1 = zeros(np1,1);
dq1 = zeros(np1,1);
ddq1 = zeros(np1,1);
energ1 = zeros(np1,1);
q1(1) = q0;
dq1(1) = dq0;
ddq1(1) = -w0c * q1(1);
for inc = 2 : np1;
q1(inc) = q1(inc-1) + dt1 * dq1(inc-1);
dq1(inc) = dq1(inc-1) + dt1 * ddq1(inc-1) ;
ddq1(inc) = -w0c * q1(inc);
end;
energ1 = 0.5*(dq1 .* dq1 + w0c * (q1 .^2));
plot(t1,q1,'b-','Linewidth',3);
```

méthode 2 : avec la matrice d'amplification

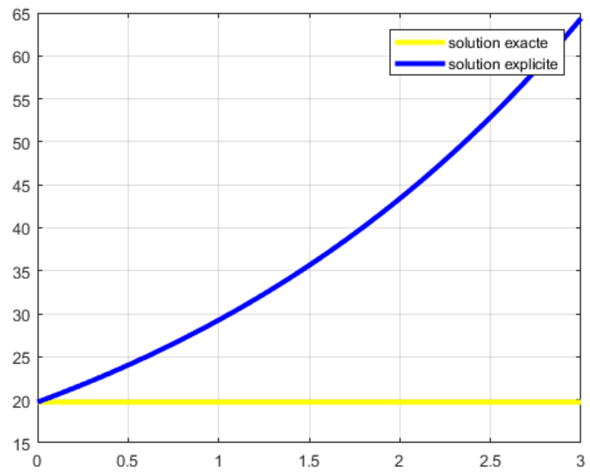
```
clear all
dt1 = 0.01;
```

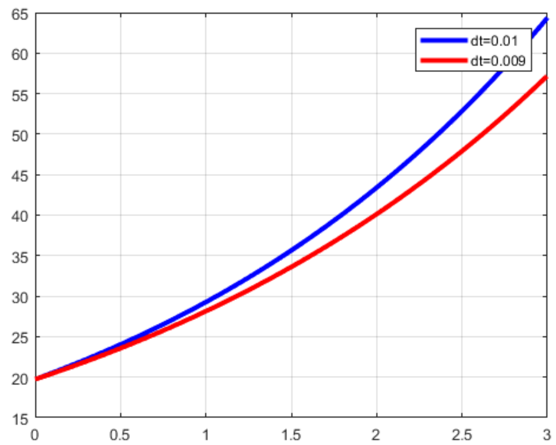
```
T0=3 ;
q0 =1;
dq0=0;
w0 = 2*pi;
w0c = w0*w0;
t1 = (0:dt1:T0)';
np1 = size(t1,1);
q = [q0;dq0];
q1b = zeros(np1,1) ;
q1b(1) = q0 ;
A = [1 , dt1 ; -w0c * dt1 , 1];
for inc = 2 : np1;
q = A * q ;
q1b(inc) = q(1);
dq1b(inc) = q(2);
end;
plot(t1,q1b,'b-','Linewidth',3)
plot(dq1b,q1b,'b-','Linewidth',3);
```

2.3 On change le pas de temps pour que le premier linge est 0.01, et le second ligne est 0.009, alors on peut trouver que plus le pas de temps est petit, plus la divergence est lente.



2.4 La quantité E* associée au schéma d'EULER explicite est plus grand que les valeurs obtenues avec celles calculées à partir de la solution exacte. Et plus le pas de temps est petit, plus la quantité E* est augmente lentement.





2.5 On va calculer numériquement les valeurs propres de la matrice d'amplification en fonction du pas de temps Δt

```
dt1= sym('dt1','real'); w0= sym('w0','real');
A = [1 , dt1 ; -1 * w0 * w0 * dt1 , 1]
% Z : vecteurs et valeurs propres : d
[z,d]=eig(A)
re = real(d)
im = imag(d)
mo=abs(d)
% module >1 ? Oui schéma inconditionnellement stable
zm= inv(z);
C= z * (d * zm);
C = simplify(C)
```

```
%vérifier la correction de calculer
```

Alors on obtient que les valeurs propres

$$d = \begin{bmatrix} 1 - \omega_0 i\Delta t & 0 \\ 0 & 1 + i\Delta t \end{bmatrix}$$

$$mo = \begin{bmatrix} |1 - \omega_0 i\Delta t| & 0 \\ 0 & |1 + i\Delta t| \end{bmatrix}$$ avec module de mo >1

Donc le caractère inconditionnellement instable du schéma d’EULER explicite.