Oscillateur non linéaire
à un degré de liberté

Table of Contents

Sébastien SY1924130

Paramètres

```
q0 = 2;
dq0 = 0;
omega_0 = 2*pi;
a = 0.1;
T0 = 6;
Gx = gcf;
Gx.Position(3:4) = Gx.Position(3:4)*5;
```

1.1

D'après (2), (4) et (5), on a

$$q_{j+1} = q_j + \Delta t \, \dot{q}_j + 0{,}5 \, \Delta t^2 \ddot{q}_j$$

$$\ddot{q}_{j+1} = -w_0^2 q_{j+1} (1 + a q_{j+1}^2)$$

$$\dot{q}_{j+1} = \dot{q}_j + 0{,}5 \, \Delta t \, \ddot{q}_j + 0{,}5 \Delta t \, \ddot{q}_{j+1}$$

1.2 et 1.3

```
delta_t = 0.02;
t = 0:delta_t:T0;
i=0;
U_exp = [];
for ti=t
    if i==0
        U_exp(:,1) = [q0;dq0;-omega_0^2*q0*(1+a*q0^2)];
    else
        U_exp(1,i+1) =
 U_exp(1,i)+delta_t*U_exp(2,i)+0.5*delta_t^2*U_exp(3,i);
        U_exp(3,i+1) = -omega_0^2*U_exp(1,i+1)*(1+a*U_exp(1,i+1)^2);
        U_exp(2,i+1) =
 U_exp(2,i)+0.5*delta_t*U_exp(3,i)+0.5*delta_t*U_exp(3,i+1);
    end
    i=i+1;
end

disp('q(0)');
U_exp(1,1)
disp('q(delta_t)');
U_exp(1,2)
disp('q(2*delta_t)');
U_exp(1,3)
disp('q(T0)');
U_exp(1,length(t))
```

```
q(0)

ans =

     2
```

```
q(delta_t)

ans =

    1.9779

q(2*delta_t)

ans =

    1.9123

q(T0)

ans =

    1.0329
```

2.1

On doit chercher à minimiser l'erreur numérique. Plus précisément, $\"{q}+omega_0^2q(1+aq^2)$

```
Error updating Text.

 String scalar or character vector must have valid interpreter syntax:
$\"{q}+omega_0^2q(1+aq^2)$
```

2.2

Soit $f(\ddot{q}, q) = \ddot{q} + \omega_0^2 q (1 + a q^2)$

Correction :

$$\Delta \ddot{q}_{j+1} = - \frac{f(\ddot{q}^*_{j+1}, q^*_{j+1})}{\frac{\partial f}{\partial q^*_{j+1}} \beta \Delta t^2 + \frac{\partial f}{\partial \ddot{q}^*_{j+1}}}$$

$$= - \frac{\ddot{q}^*_{j+1} + \omega_0^2 q^*_{j+1} (1 + a {q^*_{j+1}}^2)}{\beta \Delta t^2 \omega_0^2 (1 + 3 a {q^*_{j+1}}^2) + 1}$$

$$\Delta \dot{q}_{j+1} = \gamma \Delta t \Delta \ddot{q}_{j+1}$$

$$\Delta q_{j+1} = \beta \Delta t^2 \Delta \ddot{q}_{j+1}$$

2.3 et 2.4

```
i = 0;
U_imp = [];
gamma = 0.5;
beta = 0.25;
tol = 0.0001;
f = @(q,ddq) ddq+omega_0^2*q*(1+a*q^2);
for ti=t
    if i == 0
        U_imp(:,1) = [q0;dq0;-omega_0^2*q0*(1+a*q0^2)];
    else
        U_imp(:,i+1) = [U_imp(1,i)+delta_t*U_imp(2,i)+delta_t^2*(0.5-
beta)*U_imp(3,i);U_imp(2,i)+delta_t*(1-gamma)*U_imp(3,i);0];
        while abs(f(U_imp(1,i+1),U_imp(3,i+1)))>tol
            corr_ddq = -f(U_imp(1,i+1),U_imp(3,i+1))/
(beta*delta_t^2*omega_0^2*(1+3*a*U_imp(1,i+1)^2)+1);
            U_imp(:,i+1) = U_imp(:,i+1) + [beta*delta_t^2*corr_ddq;
 gamma*delta_t*corr_ddq; corr_ddq];
        end
    end
    i=i+1;
end

disp('q(0)');
U_imp(1,1)
```

```
disp('q(delta_t)');
U_imp(1,2)
disp('q(2*delta_t)');
U_imp(1,3)
disp('q(T0)');
U_imp(1,length(t))

q(0)

ans =

     2

q(delta_t)

ans =

    1.9781

q(2*delta_t)

ans =

    1.9131

q(T0)

ans =

    0.8485
```

3.1

L'énergie mécanique est définie comme la somme de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle. C'est-à-dire

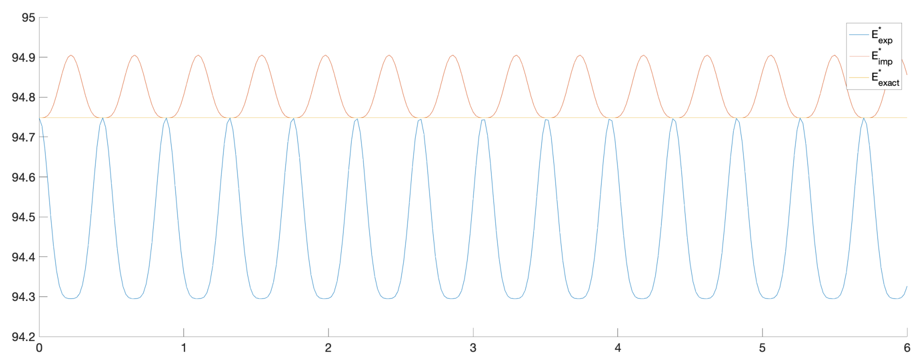
$$E = \frac{1}{2} m \dot{q}^2 - \int_0^q F \, dq$$

$$= \frac{1}{2} m \dot{q}^2 + \frac{1}{2} k q^2 + \frac{1}{4} a k q^4$$

3.2

Comme la valeur de m n'est pas donné, on utilise $E^* = \frac{E}{m}$, donc $E^* = \frac{1}{2}\ddot{q}^2 + \frac{1}{2}\omega_0^2 q^2 + \frac{1}{4}a\omega_0^2 q^4$

```
E_star_exp =
 0.5.*U_exp(2,:).^2+0.5*omega_0^2.*U_exp(1,:).^2+0.25*a*omega_0^2.*U_exp(1,:).^4;
E_star_imp =
 0.5.*U_imp(2,:).^2+0.5*omega_0^2.*U_imp(1,:).^2+0.25*a*omega_0^2.*U_imp(1,:).^4;
E_star_exact(1:length(t)) =
 0.5.*dq0.^2+0.5*omega_0^2.*q0.^2+0.25*a*omega_0^2.*q0.^4;
clf
hold on
Ax = gca;
Ax.FontSize = Ax.FontSize *3;
plot(t,E_star_exp);
plot(t,E_star_imp);
plot(t,E_star_exact);
legend('E^*_{exp}', 'E^*_{imp}', 'E^*_{exact}');
```



3.3

D'après la nature de ce modèle, l'énergie mécanique devrait être conservative, car il n'y a pas de force extérieure soutenue. Vue de ces résultats, les énergies mécaniques de ces deux schémas oscillent, mais celle du Newmark implicite oscille avec une amplitude plus petite. Cela prouve également que le Newmark implicit est plus précis que le Newmark explicit.

Published with MATLAB® R2019b