DM1 de mécanique numérique

Nom:Sacha

Numéro:SY1924144

1.construction de matrice d'une barre

```
clear all
syms x L E S rho
N1 = 1-x/L;
N2 = x/L;
N  =[N1  0  N2  0,
     0  N1  0  N2];


composante_u= [1 0]*N;
composante_u_prim = diff(composante_u,1,x);
temp = transpose(composante_u_prim)*composante_u_prim;
Ke=E*S*int(temp,x,0,L);

clear temp
temp = transpose(N)*N ;
Me=rho*S*int(temp,x,0,L);
```

// traitement de système conservatif à un degré

1. Solution analytique de l'´ equation (1)

1.1.la solution générale satisfaisant aux conditions initiales :q=cos(2*pi*t);

1.2.$E^* = 2\pi^2$,c'est un constant.

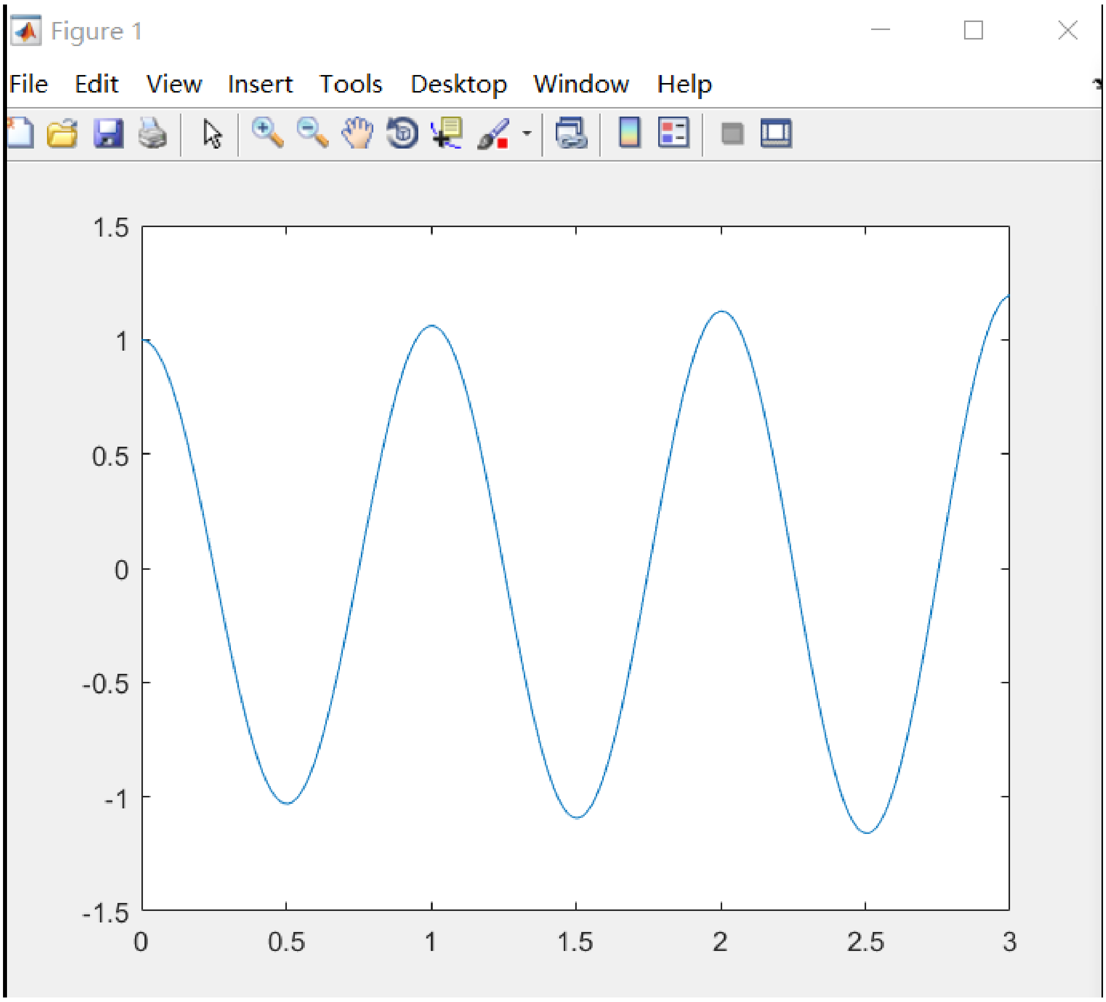
2.Résolution de l' équation (1) avec un schéma d' EULER explicite

2.1 on rempalce $\ddot{q}_J$ par l'équation(1) : $\ddot{q}_J + w_0^2 q_j = 0$， on peut obtenir l'équation(6).

2.2(a)

main.m

```matlab
T=3;
wo=2*pi;
% t=0:0.1:3;
% y_real=cos(2*pi.*t);
% plot(t,y_real);
n=1000;
delta_t=T/n;
qj=zeros(n,1);
qj(1,1)=1;
qj_derive=zeros(n,1);
qj_derive(1,1)=0;
ti=linspace(0,3,n);
point=linspace(1,n,n);
ti=ti';
for i=1:n-1
    qj(i+1)=qj(i)+delta_t*qj_derive(i);
    qj_derive(i+1)=qj_derive(i)+delta_t*(-wo^2)*qj(i);
end
% figure(1)
% plot(ti,qj);
figure(2)
plot(point,qj);
```



Je mis le pas de temps égal à 0.003s.

2.3En testant différents pas de temps,comme n=300， n=3000; on obtient :

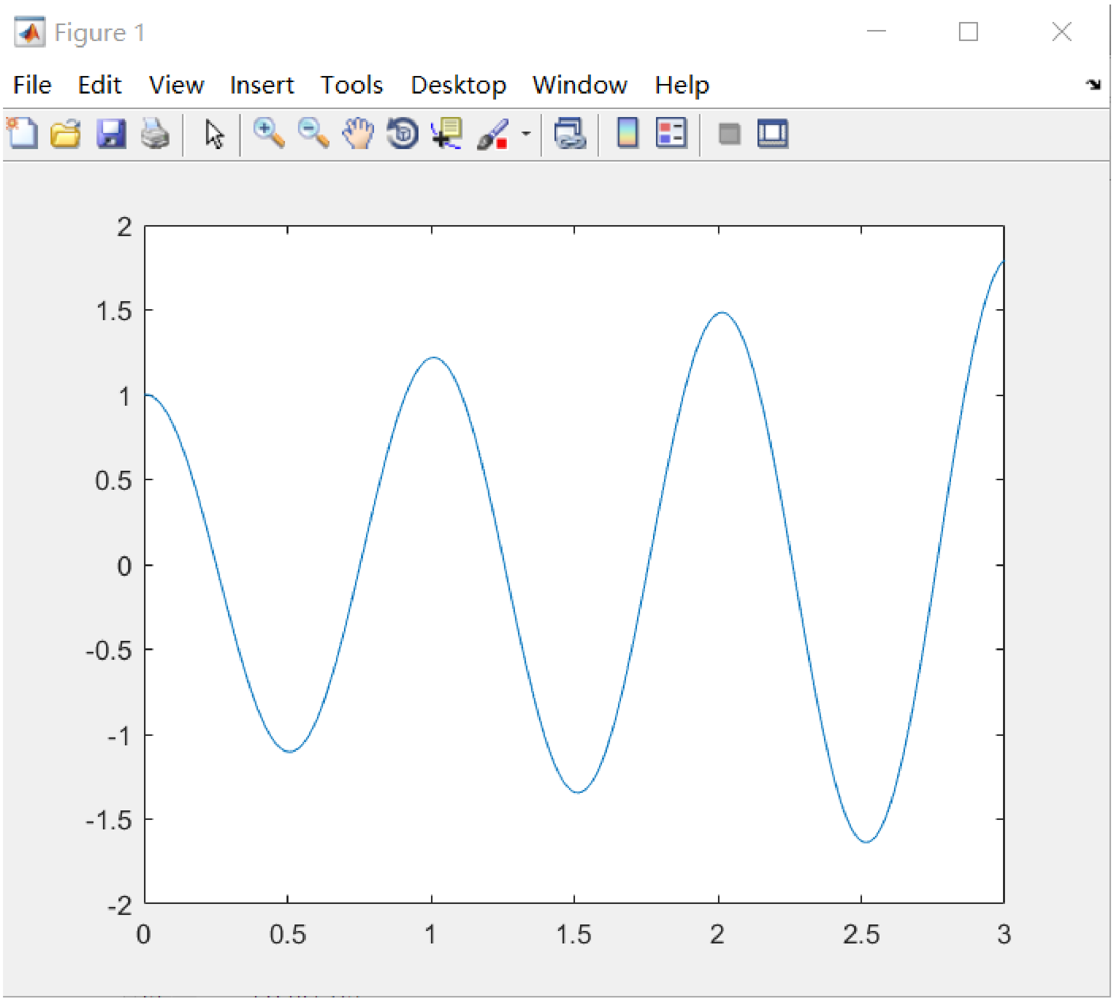


Figure :n=300(n :le nombre de points)

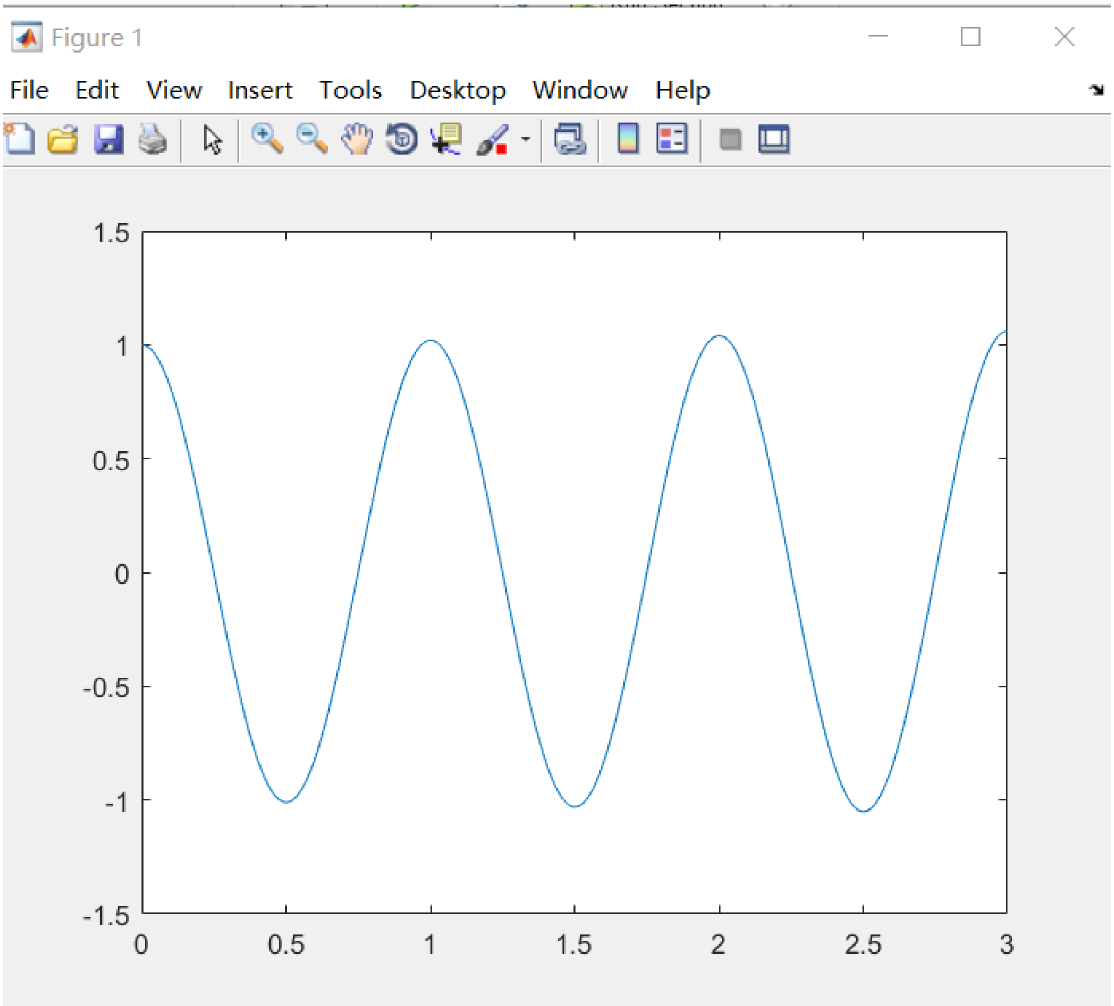


Figure : n=3000

Les résultats sont divergents. Plus le pas de temps Δt est petit, plus la divergence est lente.

2.4

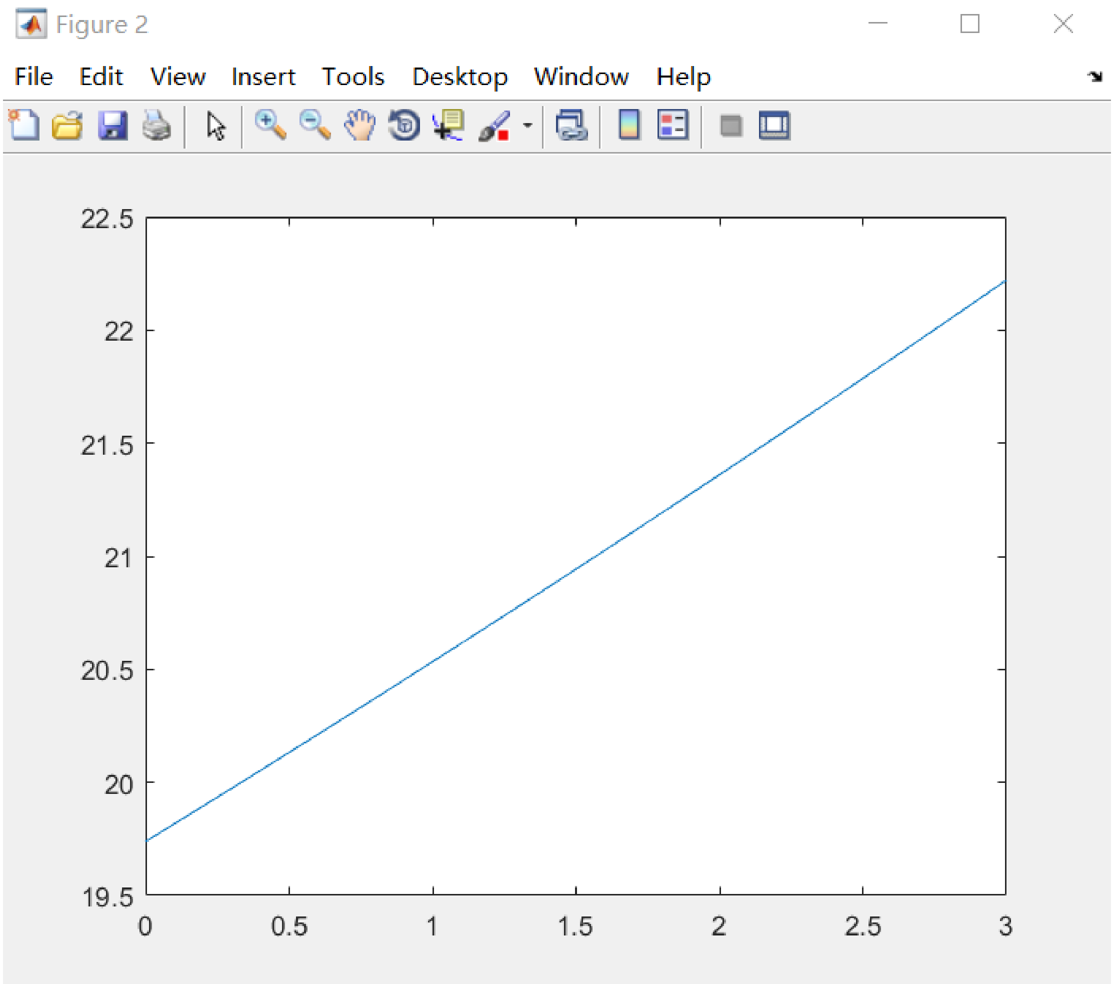


Figure : changement de la quantité E ⋆(n=3000)

Comparez les valeurs obtenues avec celles calculées à partir de la solution exacte, il augmente beaucoup! Plus le pas de temps Δt est petit, plus la vitesse d'augmentation est petit.

2.5 les valeurs propres : 1.00000000000000 + 0.0628318530717959i;

1.00000000000000 - 0.0628318530717959i;(n=300; Δt=0.01s)

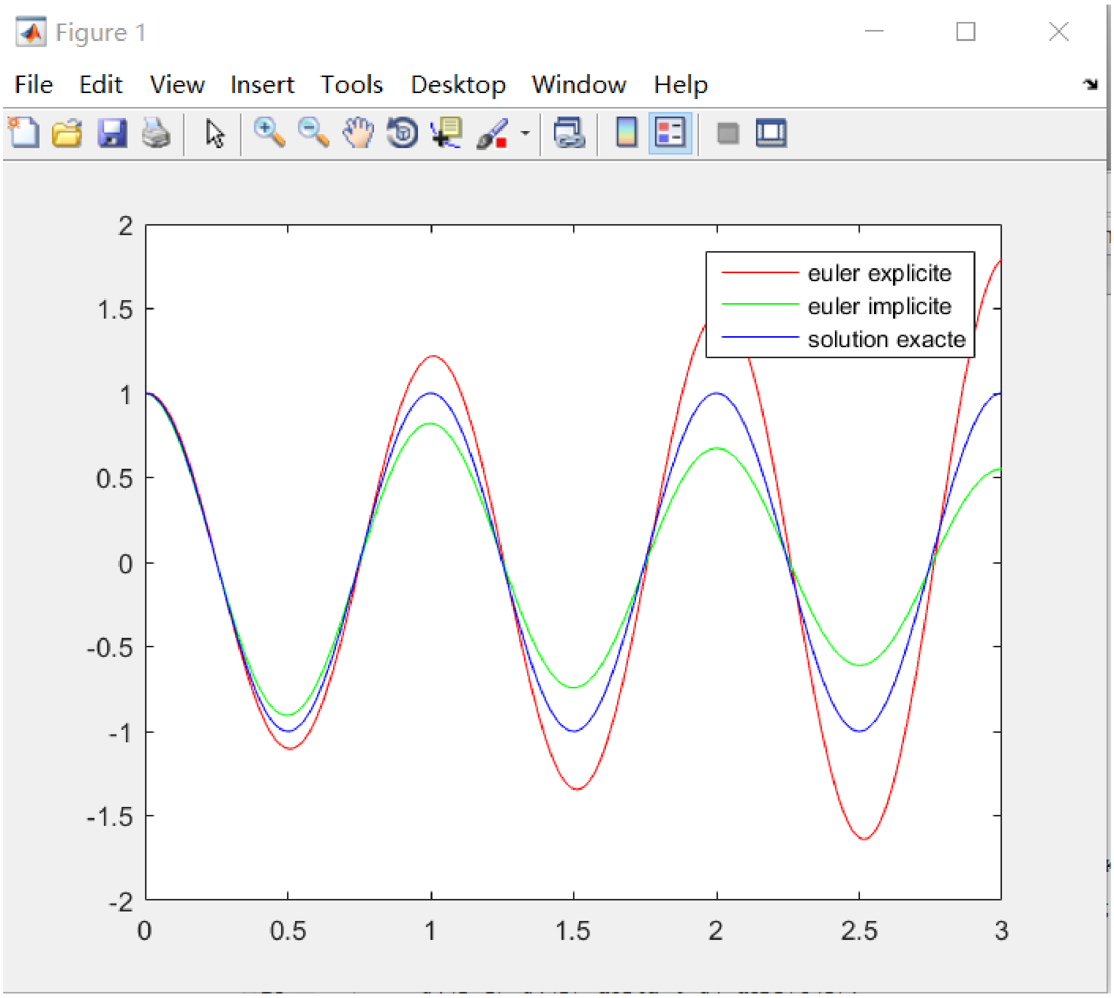
le caractère inconditionnellement instable :la valeur absolue de minimum de valeur propre est supérieur à 1.

3. Résolution de l'équation (1) avec un schéma d' EULER implicite

3.1

```
T=3;
wo=2*pi;
n=1000;
delta_t=T/n;
qj=ones(n,1);
qj(1,1)=1;
qj_derive=ones(n,1);
qj_derive(1,1)=0.01;
ti=linspace(0,3,n);
E=zeros(n,1);
E(1,1)=0.5*(qj_derive(1,1)^2+(wo^2)*qj(1,1)^2);
ti=ti';
for i=1:n-1
    qj(i+1)=(delta_t*qj_derive(i)+qj(i))/(1+(delta_t^2)*(wo^2));
    qj_derive(i+1)=qj_derive(i)+delta_t*(-wo^2)*qj(i+1);
    E(i+1)=0.5*(qj_derive(i+1,1)^2+(wo^2)*qj(i+1,1)^2);
end
figure(1)
plot(ti,qj);
figure(2)
plot(ti,E);
```

3.2:



3.3 :pour n=1000,300, on a des figures au-dessous :

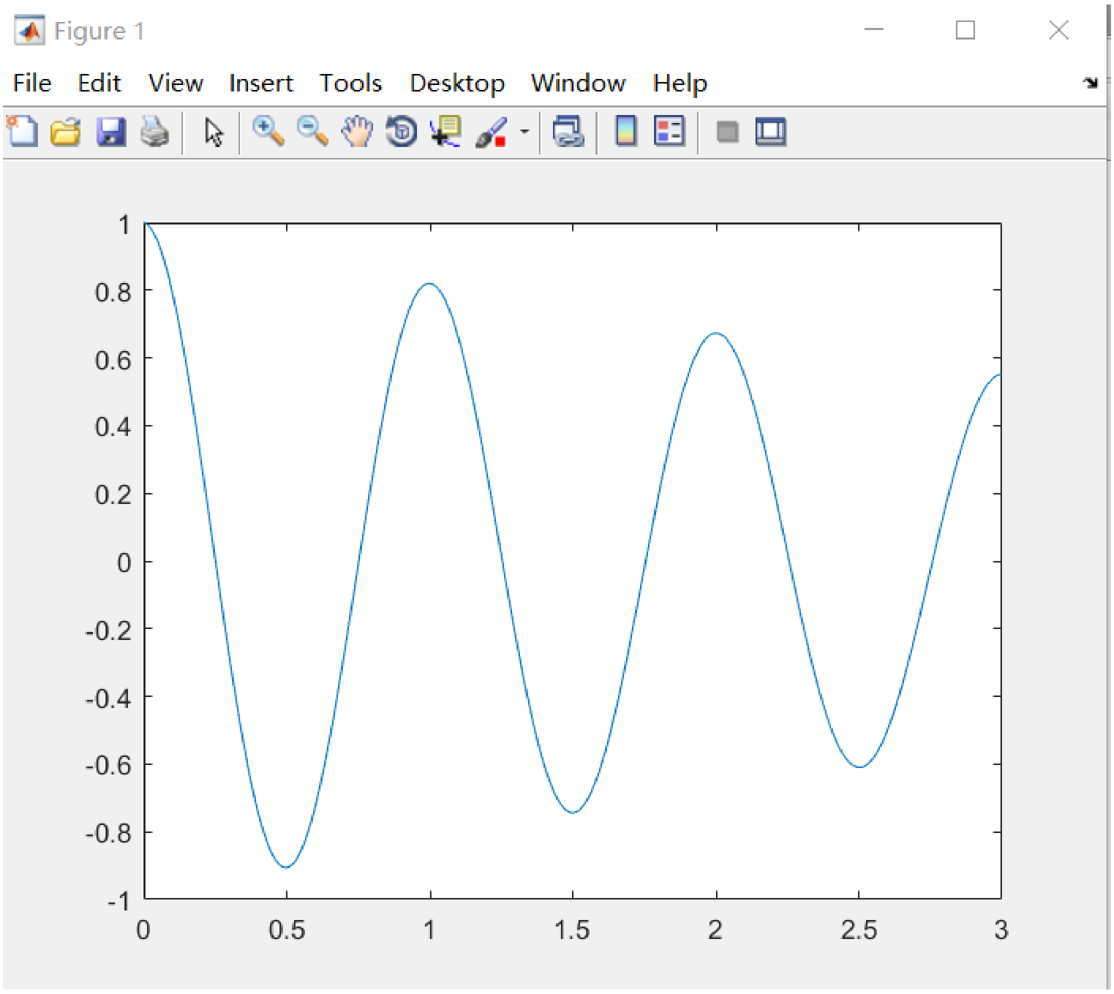


Figure :n=300,euler implicite

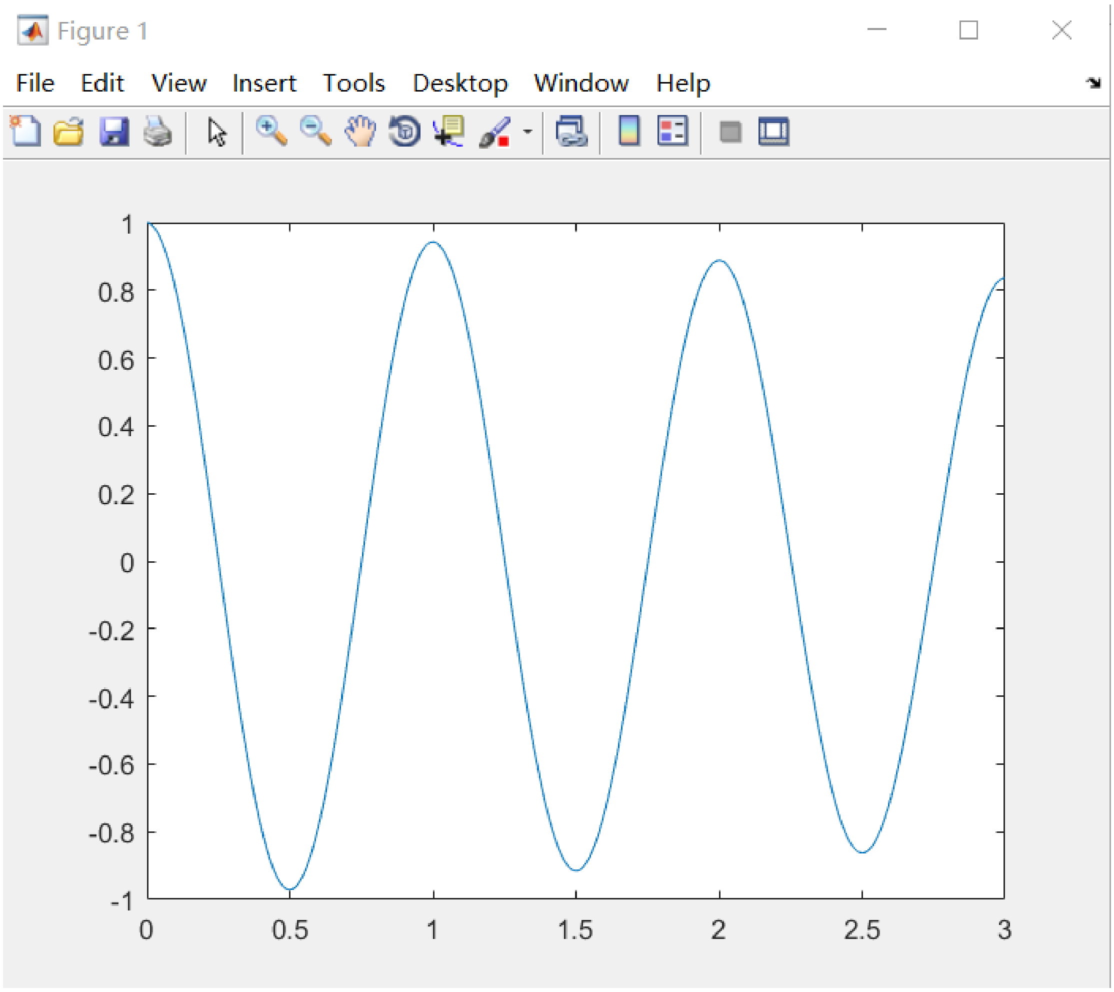


Figure :n=1000, euler implicite

Le pas de temps Δt est petit, plus l'atténuation des oscillations est faible.

3.4 :

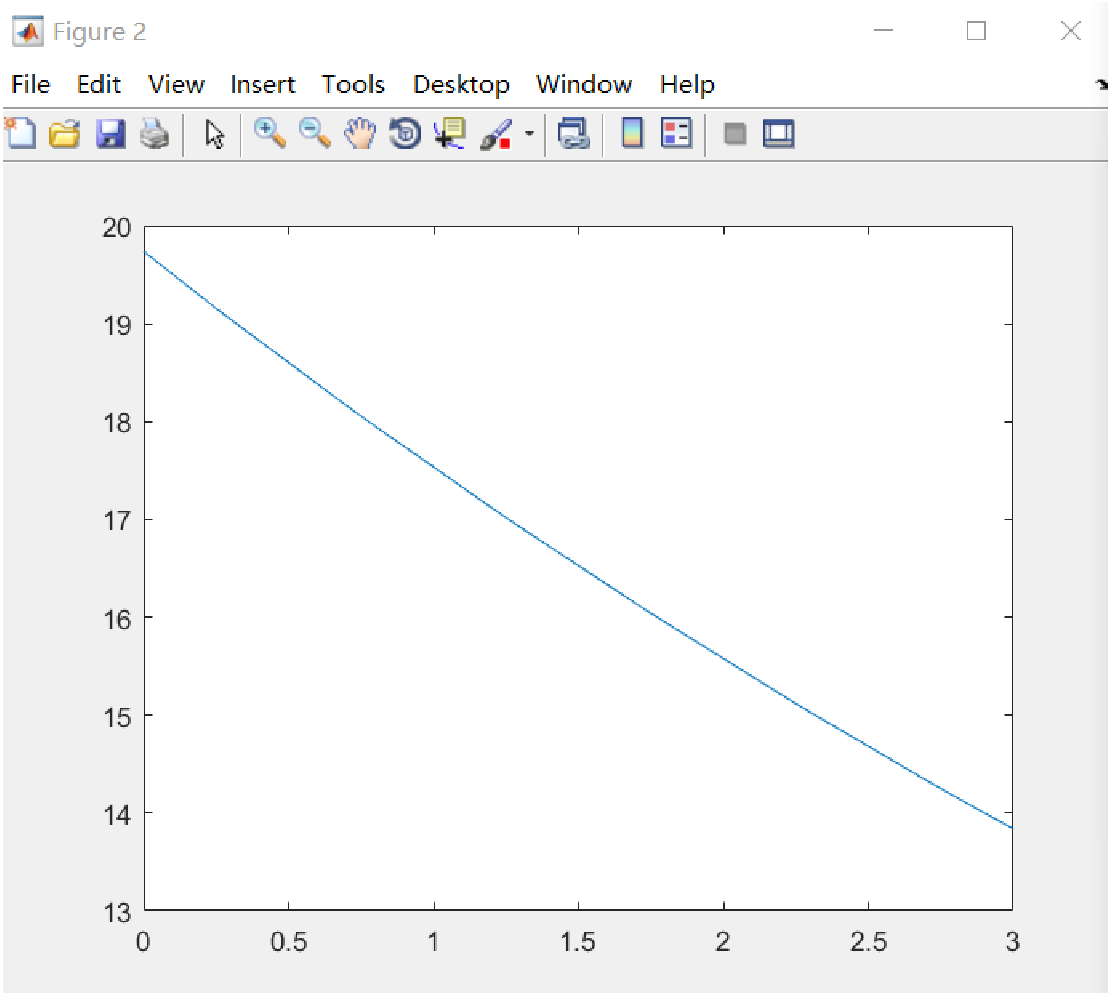


Figure : changement de la quantité E ⋆(n=1000)

Il diminue avec le temps. Plus le pas de temps Δt est petit, plus la vitesse de diminuation est petit.

3.5 : 0.999644820438904 + 0.0188428609445397i;

0.999644820438904 - 0.0188428609445397i;

le caractère inconditionnellement stable :la valeur absolue de minimum de valeur propre est supérieur ou égal à 1.

4. Résolution de l'´ equation (1) avec un sch´ ema de RUNGE KUTTA

4.1 $y_1 = \dot{q}, y_2 = q$. Donc, $\dot{y_1} = -w_0^2 y_2, y_2 = y_1$

4.2

```
function [fp]=runge_function(x0,x01,t,T,wo)
n=T/t;
x=x0;
x1=x01;
h=t;
fp=zeros(n,1);
fp(1,1)=1;
for i=1:n
k1=func_x1(x,x1,wo);
l1=func_x(x,x1);

k2=func_x1(x+l1*h/2, x1+k1*h/2,wo);
l2=func_x(x+l1*h/2, x1+k1*h/2);

k3=func_x1(x+l2*h/2, x1+k2*h/2,wo);
l3=func_x(x+l2*h/2, x1+k2*h/2);

k4=func_x1(x+l3*h, x1+k3*h,wo);
l4=func_x(x+l3*h, x1+k3*h);

x1=x1+(k1+2*k2+2*k3+k4)*h/6;
x=x+(l1+2*l2+2*l3+l4)*h/6;
if(i<n)
fp(i+1)=x;
end
end
end
function x=func_x(x,x1)
x=x1;
end
function x1=func_x1(x,x1,wo)
x1=-wo^2*x;
end
```

La fonction main :

runge.m | runge_function.m

```
T=3;
n=1000;
t=T/n;
x0=1;
wo=2*pi;
x01=0;
ti=linspace(0,3,n);
fp=runge_function(x0,x01,t,T,wo);
plot(ti,fp);
```

4.3

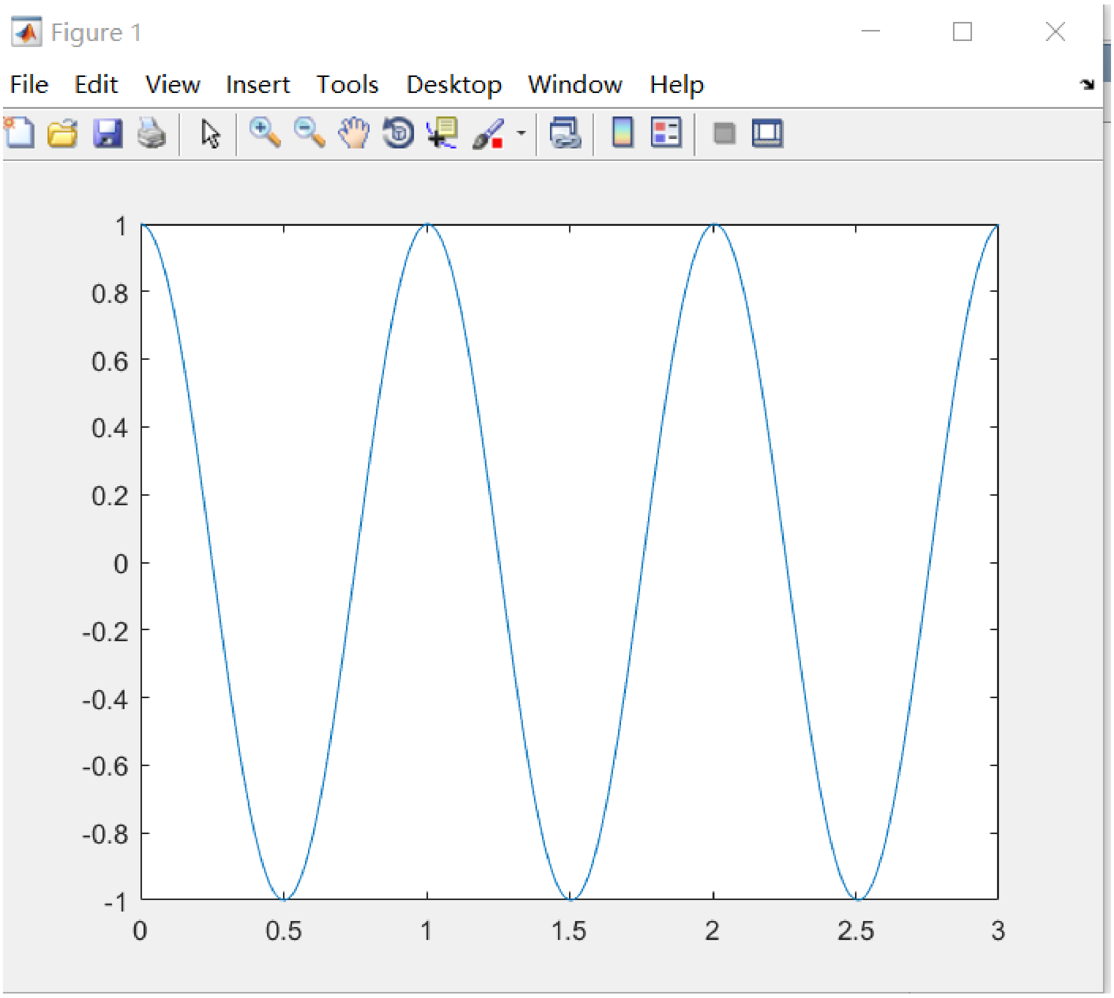


Figure n=300,runge_kutta

Il converge et c’est même que la solution analytique.

4.4

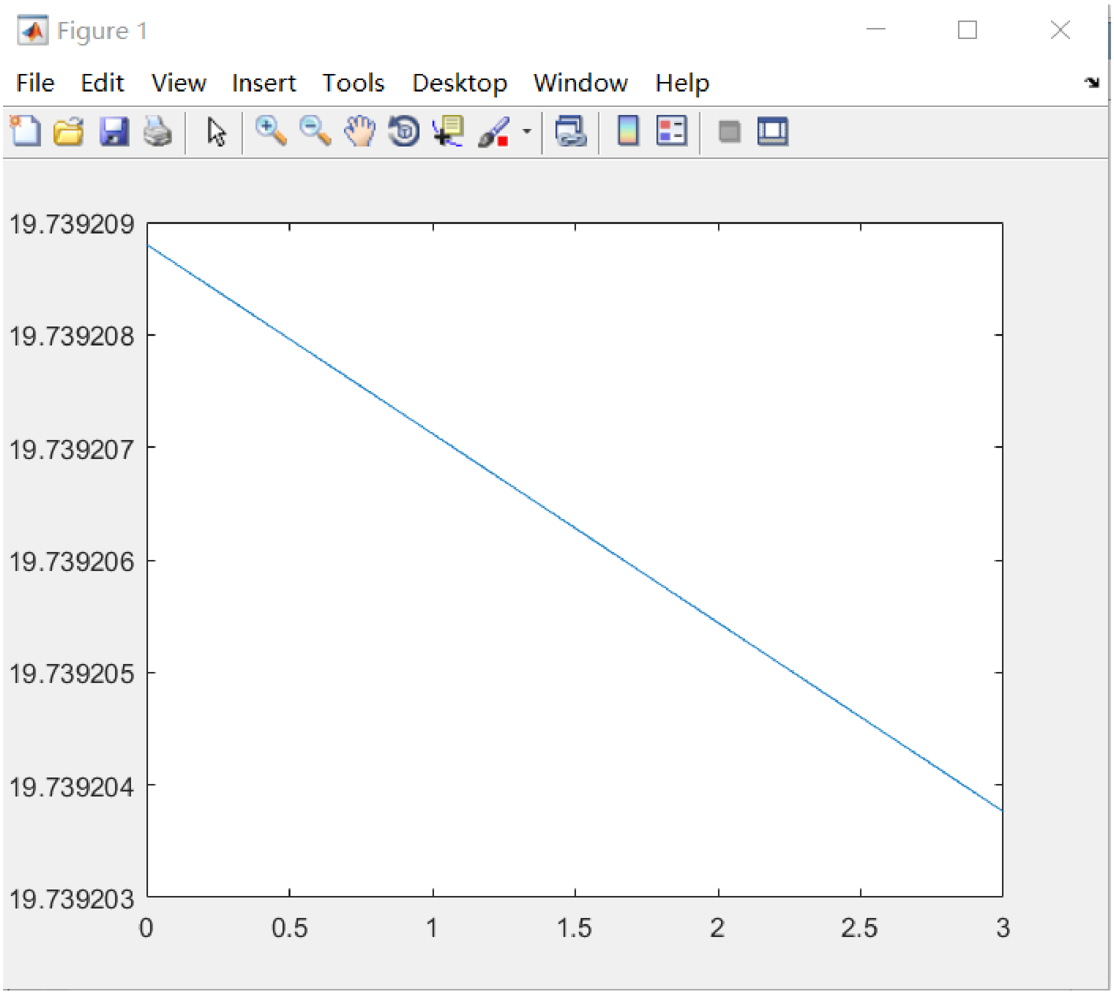


Figure changement de la quantité E ⋆(n=300)

Il reste presque la même. Cette méthode a une meilleure stabilité et précision que la méthode d'Euler