Nom :Sacha

Numéro :SY1924144

Etude d’un oscillateur linéaire amorti à un degré de liberté

1.1) Résolution avec un schéma d’EULER explicite

D’après le schéma d’Euler explicite, on sait que :

$$q_{j+1} = q_j + \Delta t * \dot{q}_J$$

$$\dot{q}_{j+1} = \dot{q}_j + \Delta t * \ddot{q}_j$$

De plus, selon l’équation(21), on ajoute une équation :

$$\ddot{q}_j = -2\varepsilon w_0 \dot{q}_j - w_0^2 q_j$$

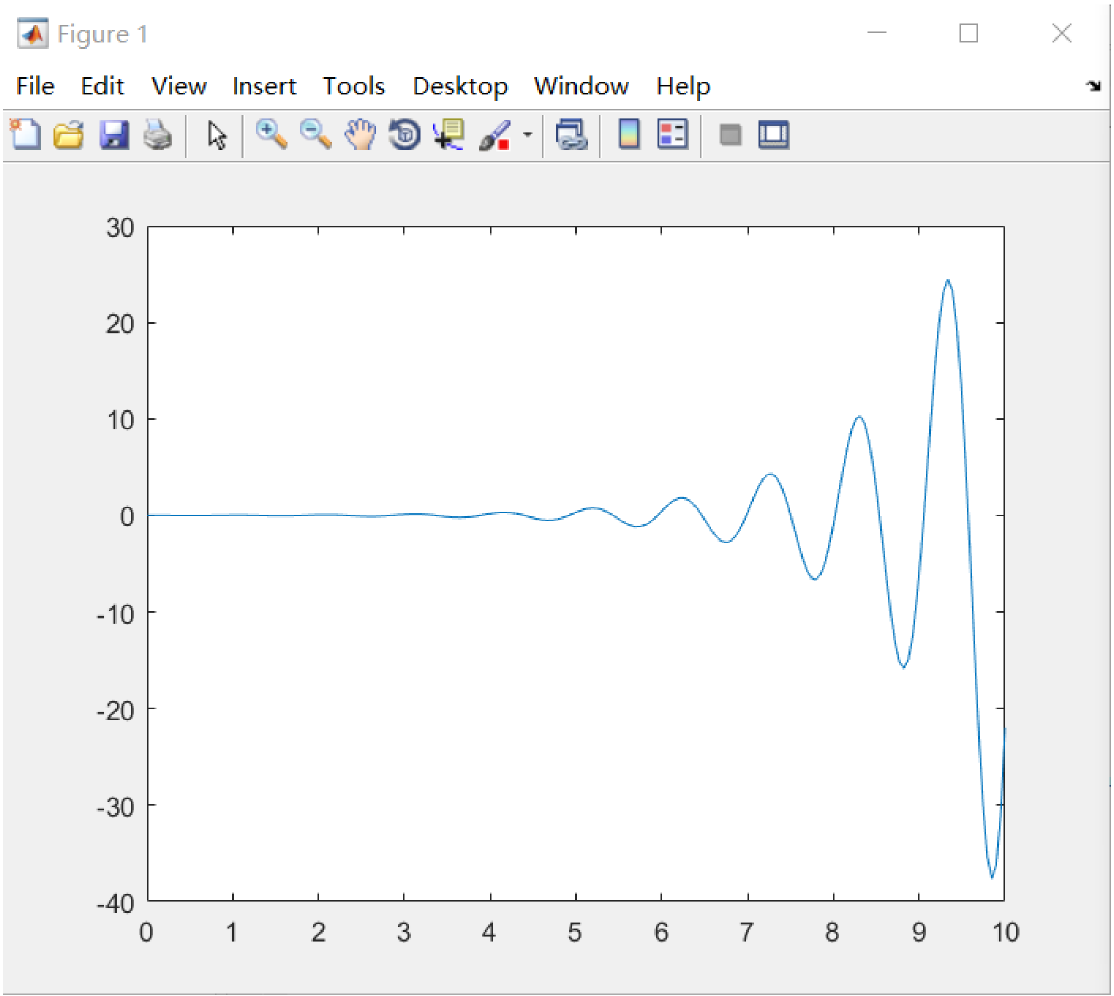
$$w_0 = 2\pi, \varepsilon = 0.02$$

On a aussi des conditions initiales :

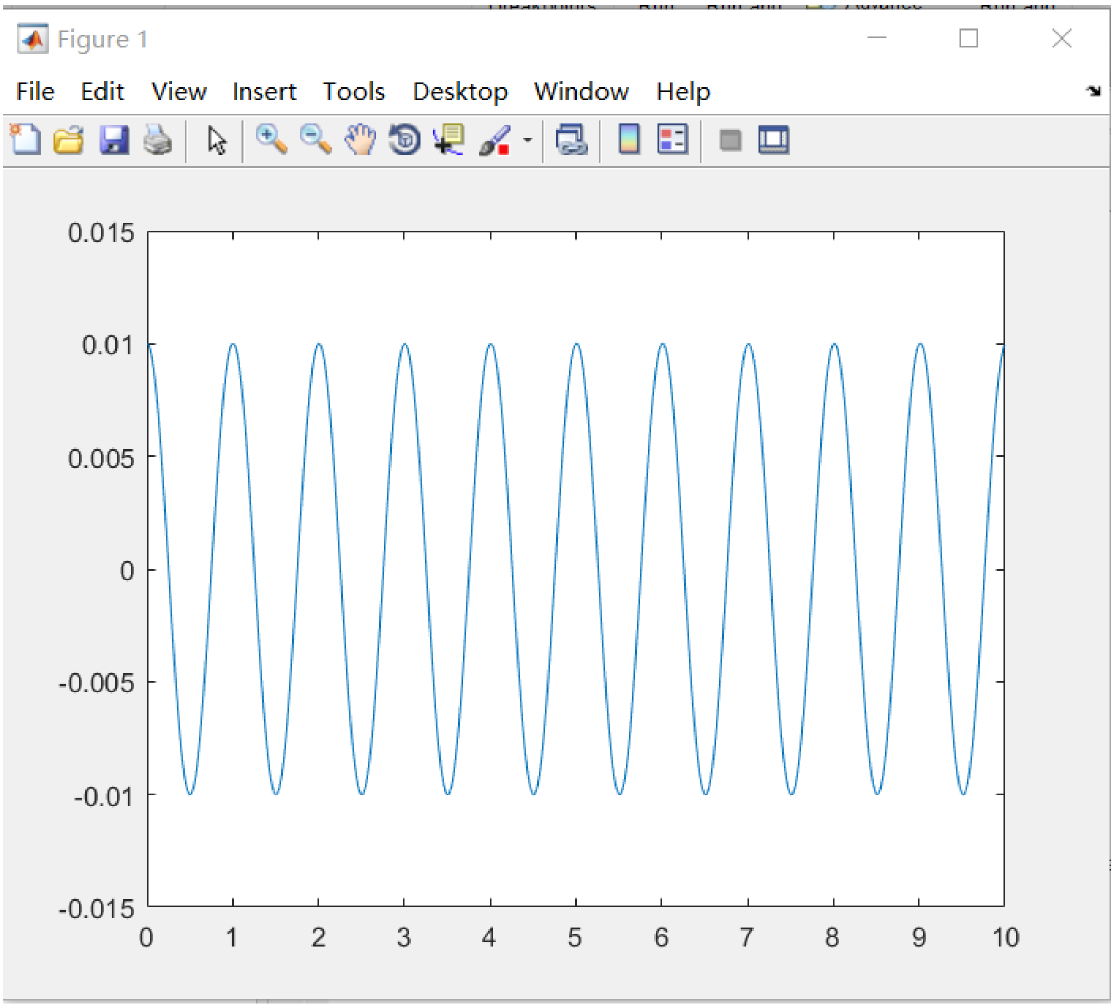
$q_0 = 0.01, \dot{q}_0 = 0$,l’ intervalle de notre problème est limité à [0,10].

```
T=1;
wo=2*pi/T;
epsilon=0.02;
n=3000;
delta_t=10*T/n;
qj=zeros(n,1);
qj(1,1)=0.01;
qj_derive=zeros(n,1);
qj_derive(1,1)=0;
ti=linspace(0,10*T,n);
point=linspace(1,n,n);
ti=ti';
for i=1:n-1
    qj(i+1)=qj(i)+delta_t*qj_derive(i);
    qj_derive(i+1)=qj_derive(i)+delta_t*(-wo^2)*qj(i)-
2*delta_t*epsilon*wo*qj_derive(i);
end
plot(ti,qj);
```

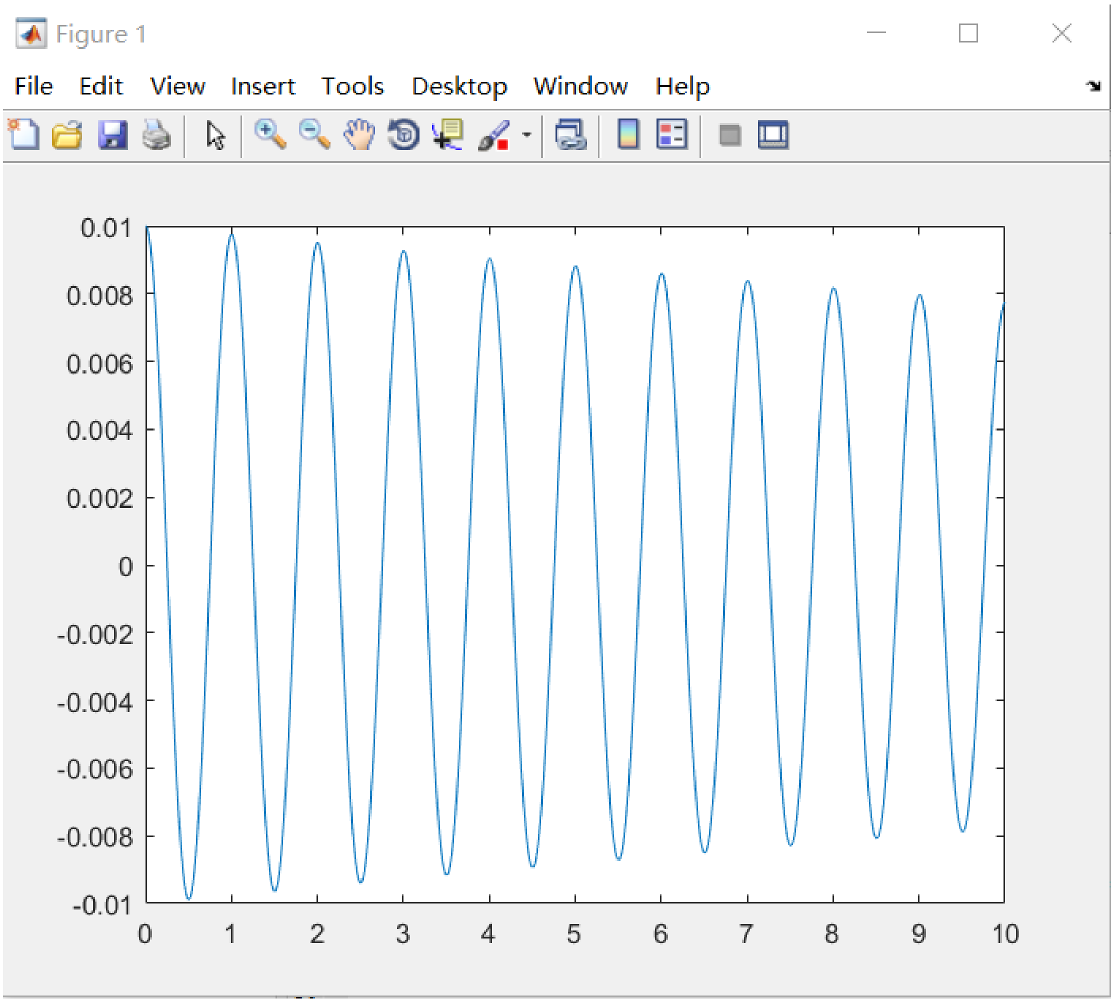
a) Si l' on chosit $\frac{2\varepsilon}{w_0} < \Delta t$, on met $\Delta\mathrm{t} > 0.0064, \Delta\mathrm{t} = 0.01, \mathrm{n} = \frac{10}{0.01} = 1000$: il diverge



b) si l' on choisit $\frac{2\varepsilon}{w_0} = \Delta t$, il présente un mouvement harmonique autour de 0.



c) si l' on choisit $0.8 * \frac{2\varepsilon}{w_0} = \Delta t$, il s'affaiblit.et a tendance de tendre vers 0



d)-il déplace autour de 0 et converge vers 0.

-Δt $< \frac{2\varepsilon}{w_0}$

1.2) Résolution avec un schéma d'EULER implicite

$$q_{j+1} = q_j + \Delta t * [\dot{q}_j + \Delta t * q_{j+1}(-w_0^2) - 2\varepsilon w_0 \dot{q}_{j+1} * \Delta t]$$

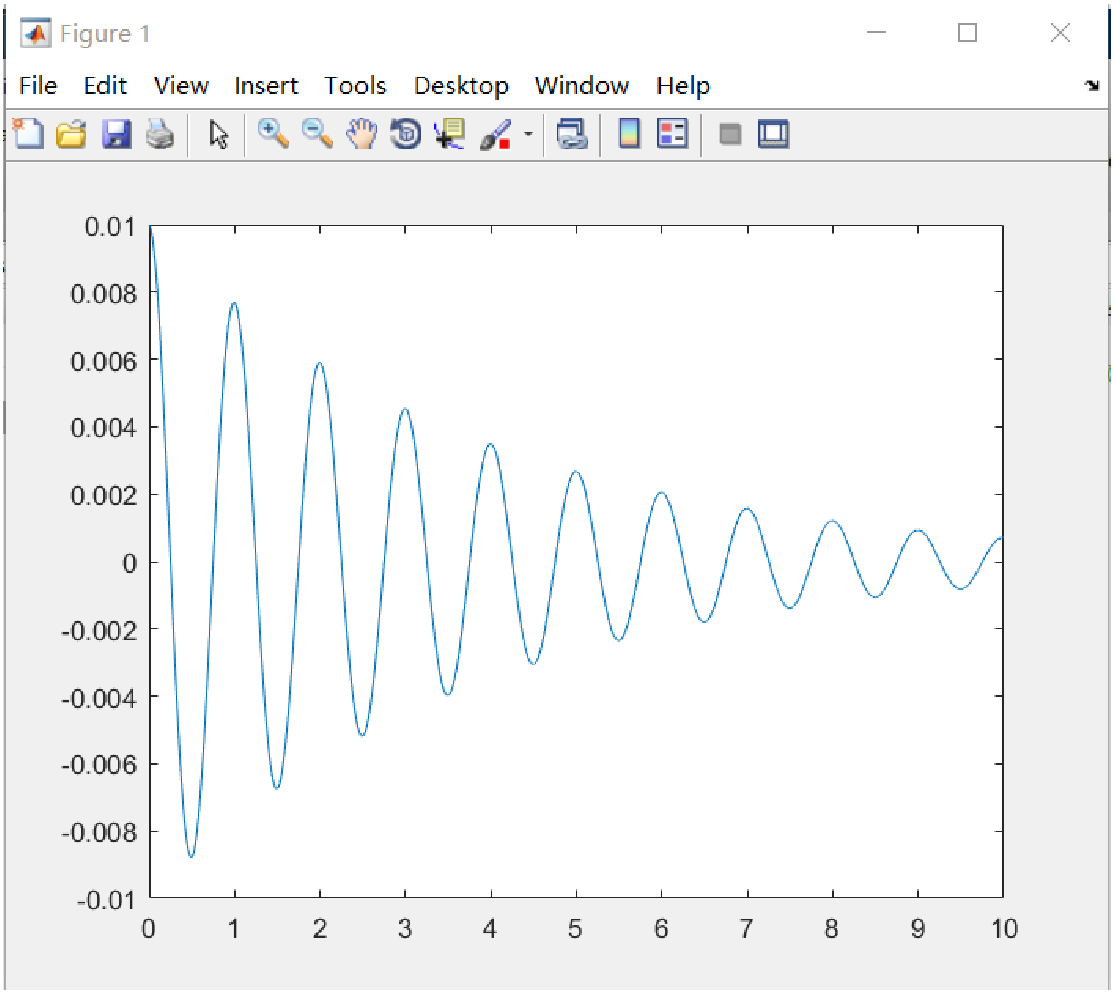
$$\dot{q}_{j+1} = \dot{q}_j + \Delta t * \ddot{q}_{j+1}$$

$$\ddot{q}_{j+1} = -2\varepsilon w_0 \dot{q}_{j+1} - w_0^2 q_{j+1}$$

```
T=1;
wo=2*pi/T;
epsilon=0.02;
% n=1000;
% delta_t=10*T/n;
delta_t=0.1*2*epsilon/wo;
n=floor(10*T/delta_t);
```

```
qj=ones(n,1);
qj(1,1)=0.01;
qj_derive=ones(n,1);
qj_derive(1,1)=0;
ti=linspace(0,10*T,n);
ti=ti';
for i=1:n-1

qj(i+1)=(delta_t*qj_derive(i)+qj(i))/(1+(delta_t^2)*(wo^2
)+2*epsilon*wo*delta_t/(1+2*epsilon*wo*delta_t));
   qj_derive(i+1)=(qj_derive(i)-
(wo^2)*delta_t*qj(i+1))/(1+2*epsilon*wo*delta_t);
end
plot(ti,qj);
```

il est toujour stable.Par exemple, $0.1 * \frac{2\varepsilon}{w_0} = \Delta t$



1.3) Résolution avec un schéma de RUNGE KUTTA

$$\Delta t = h * \frac{2\sqrt{2}}{w_0}$$

runge.m :

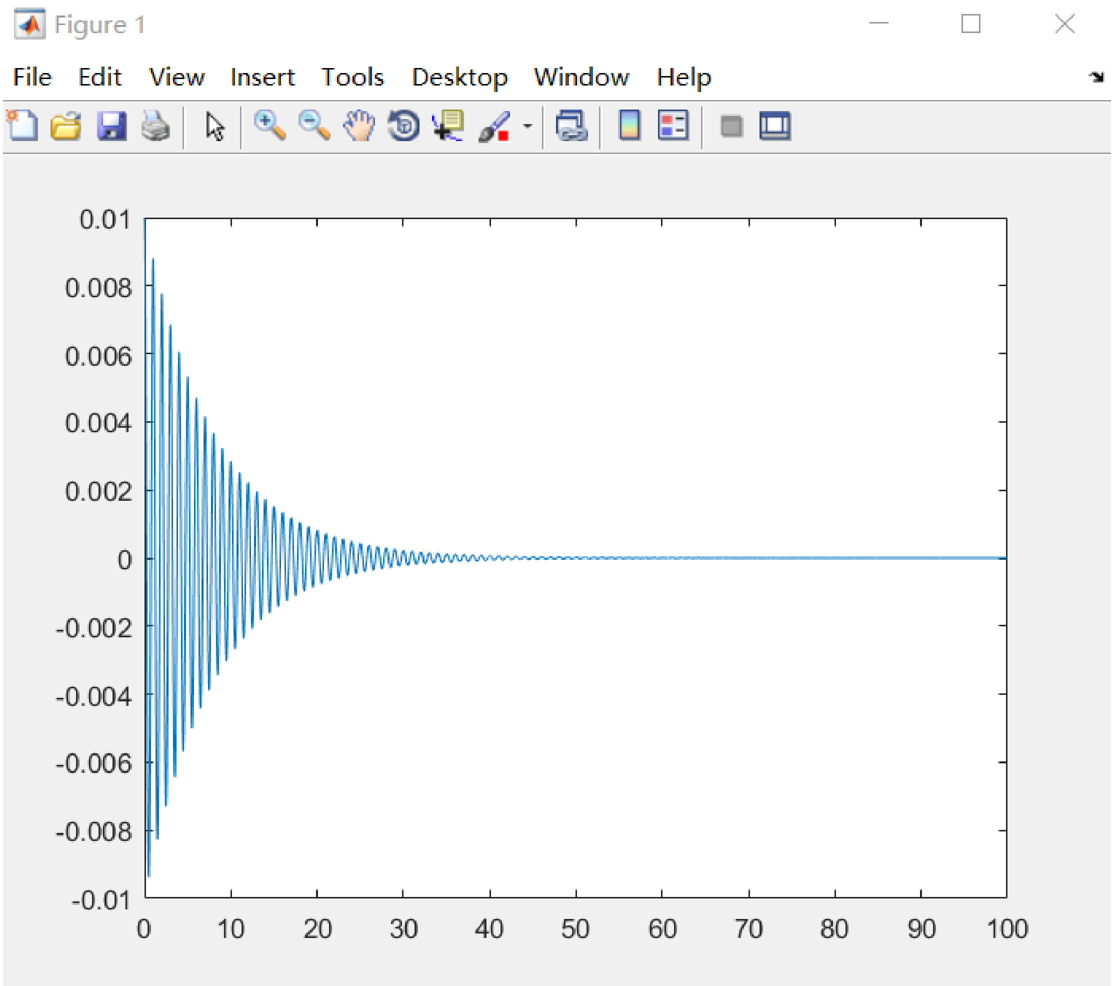
```
T=1;
wo=2*pi/T;
epsilon=0.02;
h=0.04;
delta_t=h*2*sqrt(2)/wo;
n=floor(100*T/delta_t);
x0=0.01;
x01=0;
ti=linspace(0,100*T,n);
fp=runge_function(x0,x01,delta_t,100*T,wo,epsilon);
plot(ti,fp);
```

runge_function.m:

```
function fp=runge_function(x0,x01,t,T,wo,epsilon)
n=floor(T/t);
x=x0;
x1=x01;
h=t;
fp=zeros(n,1);
fp(1,1)=x;
for i=1:n
k1=func_x1(x,x1,wo,epsilon);
l1=func_x(x,x1);

k2=func_x1(x+l1*h/2, x1+k1*h/2,wo,epsilon);
l2=func_x(x+l1*h/2, x1+k1*h/2);

k3=func_x1(x+l2*h/2, x1+k2*h/2,wo,epsilon);
l3=func_x(x+l2*h/2, x1+k2*h/2);

k4=func_x1(x+l3*h, x1+k3*h,wo,epsilon);
l4=func_x(x+l3*h, x1+k3*h);

x1=x1+(k1+2*k2+2*k3+k4)*h/6;
x=x+(l1+2*l2+2*l3+l4)*h/6;
```

```
if(i<n)
fp(i+1)=x;
end
end
end
function x=func_x(x,x1)
x=x1;
end
function x1=func_x1(x,x1,wo,epsilon)
x1=-wo^2*x-2*epsilon*wo*x1;
end
```

a) h=0.04 :



h=0.96:

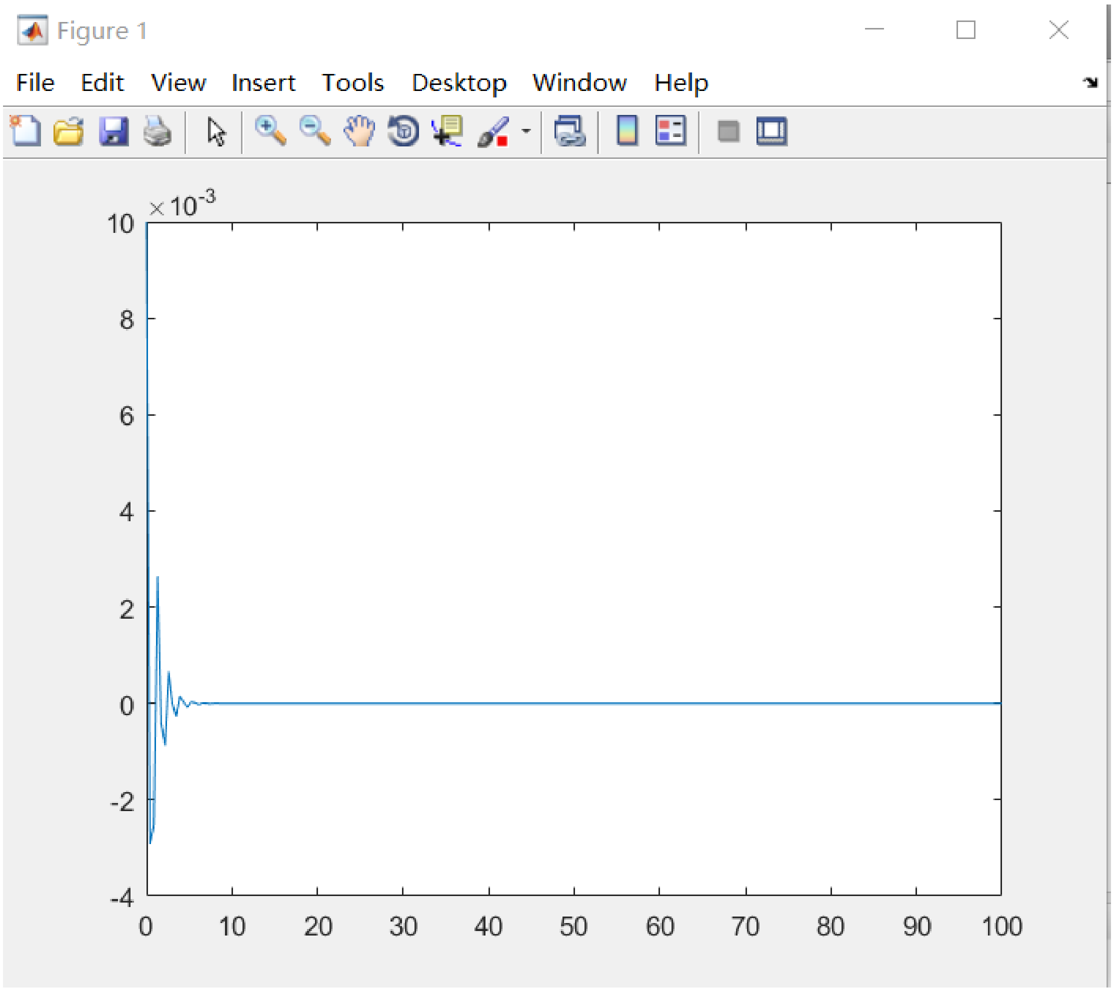
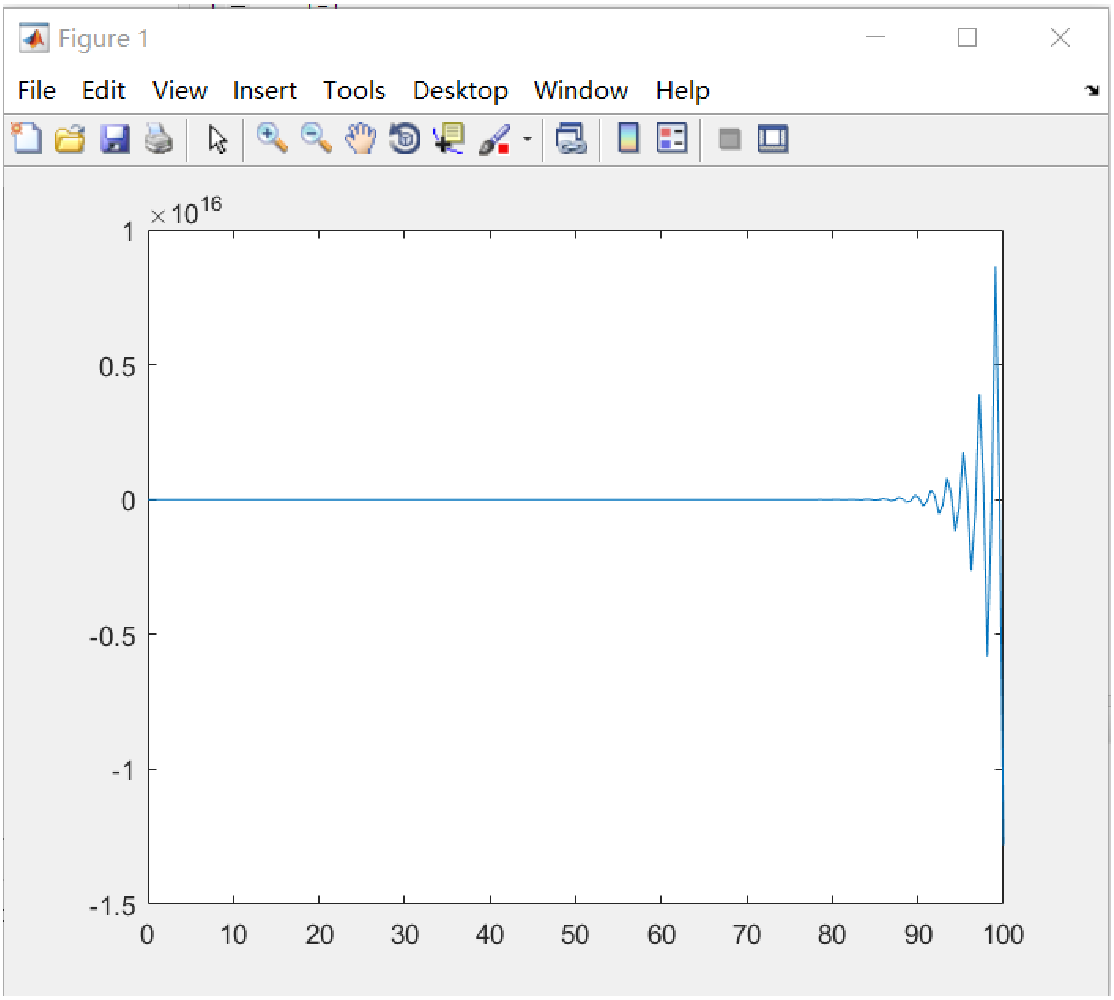


Figure 1
File Edit View Insert Tools Desktop Window Help
× 10^-3
10
8
6
4
2
0
-2
-4
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

h=1.04:



1.h doit être égal ou inférieur à 1 pour être préci et stable.

2.Plus h est petit, plus d'oscillation.

3.Si h est plus grand que 1, il va diverger.

b) $\Delta t_c = h_c * \frac{2\sqrt{2}}{w_0}$, où $h_{min} < h_c < h_{max}, h_{min} = 0.96, h_{max} = 0.9601$.(Je utilise la méthode dichotomique pour déterminer l'intervalle).