Oscillateur conservatif linéaire à un degré de liberté:

1.1 Pour l'équation (1), on peut obtenir:

$$q = A\cos(\omega_0 t + B)$$

avec les conditions aux limites (4), on peut obtenir:

$$q = \cos(\omega_0 t)$$

1.2 On peut calculer E* avec la résultat de 1.1:

$$E^* = \frac{1}{2}\left(\omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t) + \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t)\right) = \frac{1}{2}\omega_0^2 = 2\pi^2$$

On trouve que E* est toujour une constante.

2.1 On peut utiliser l'équation (1) dans l'équation (5):

$$\begin{vmatrix} q_{j+1} \\ \dot{q}_{j+1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} q_j \\ \dot{q}_j \end{vmatrix} + \Delta t \times \begin{vmatrix} \dot{q}_j \\ -\omega_0^2 q_j \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} q_j + \Delta t\, \dot{q}_j \\ -\Delta t \omega_0^2 q_j + \dot{q}_j \end{vmatrix}$$

Alors, on peut l'écrire du matrice, et on peut obtenir l'équation (6).

2.2 a)

```
w0 = 2*pi;
T0 = 3;
dt = 0.01;

q0 = [1];
q1 = [0];
q2 = [-w0^2*q0(1)];

count = 1;
t = [0];
while t(count) <= T0
    q0(count+1) = q0(count)+dt*q1(count);
    q1(count+1) = q1(count)+dt*q2(count);
    q2(count+1) = -w0^2*q0(count+1);
    t = [t, dt*count];
    count = count + 1;
end
```

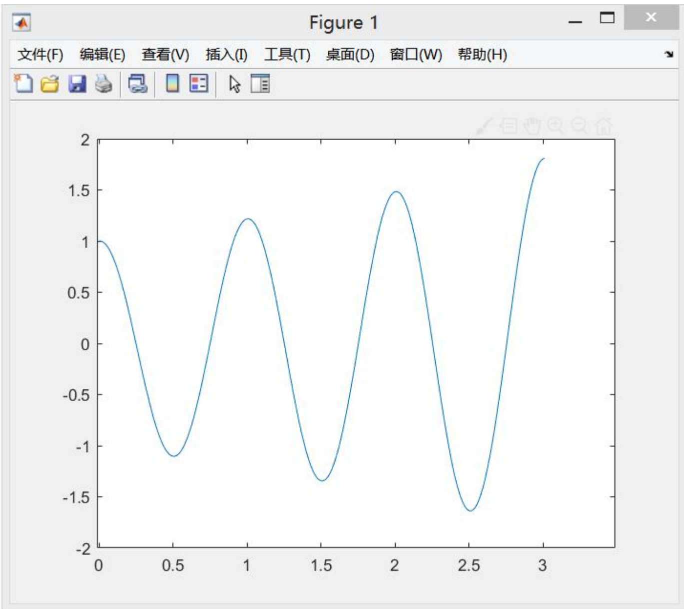
2.2 b)

```
w0 = 2*pi;
T0 = 3;
dt = 0.01;
```

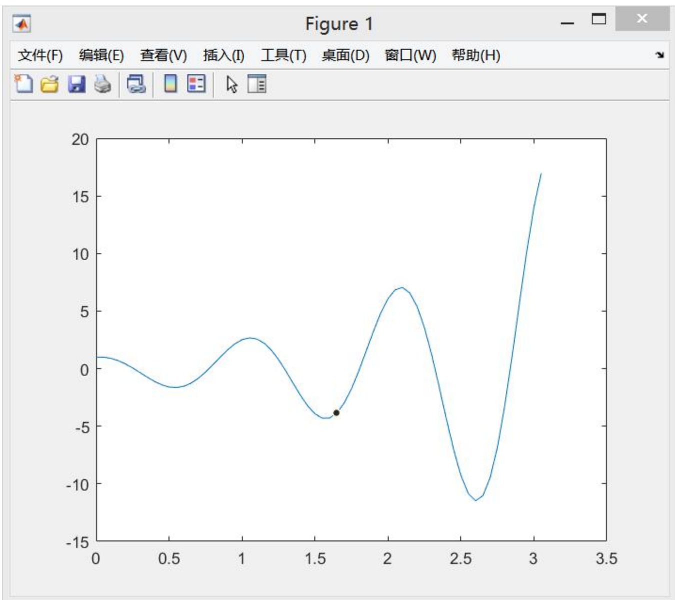
```
q0 = [1];
q1 = [0];
A = [1 dt;-w0^2*dt 1];
U = [q0;q1];

count = 1;
t = [0];
while t(count) < T0
   U(:,count+1) = A*U(:,count);
   t = [t,dt*count];
   count = count+1;
end
```

2.3 pour dt = 0.01, on peut obtenir la résultat:



Pour dt = 0.05, on peut obtenir la résultat:



On trouve que la divergence est plus lente si dt est plus petit.
2.4 On peut trouver que E* augmente avec le temps, mais il ne change pas en fact.
2.5 On utilise [U,V]=eig(A) pour obtenir des valeurs propres, et on peut trouver des valeurs propres sont des nombres complexes. Donc, la résultat est divergente.

3.1